فصل پنجم :

تحلیل سازه های نامعین به روش نیرویی

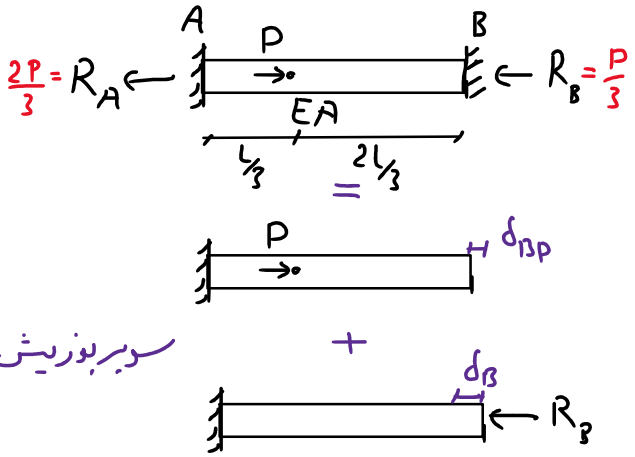
روش تحلیل سازه های نامعین
- ① روش های نیرویی (نرمی) — سازگاری تغییر شکل ها، کاستیگلیانو (تقنیه انرژی حداقل)، تیر مزدوج، سه لنگر
- ② روش های تغییر مکان (سختی) — شیب-افت، توزیع لنگر، کانی

	مجهولات	معادلات
روش نیرویی	نیرو (M,F)	تغییر مکان (θ,δ)
روش تغییر مکان	تغییر مکان (θ,δ)	نیرو (M,F)

روش نیرویی (نرمی)

R_B مجهول

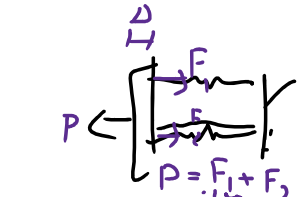
$\delta_B = 0$ معادله



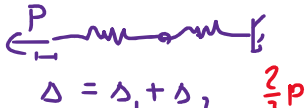
سوپرپوزیشن

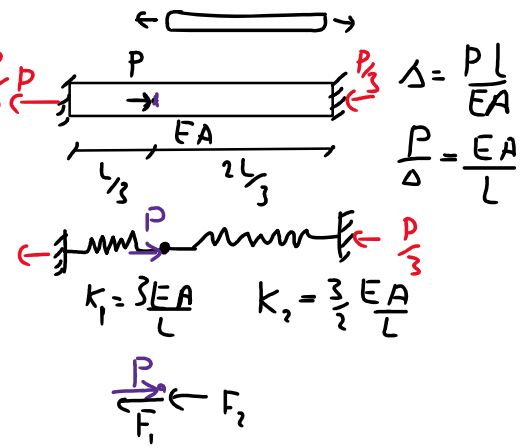
$$\delta_B = \frac{P(\frac{L}{3})}{EA} - \frac{R_B L}{EA} = 0 \rightarrow \frac{P(\frac{L}{3})}{EA} = \frac{R_B L}{EA} \rightarrow \boxed{R_B = \frac{P}{3}}$$

روش تغییر مکان (سختی)



سری



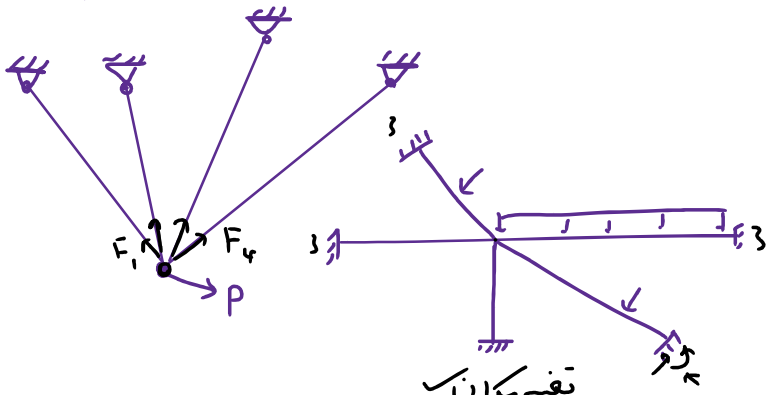


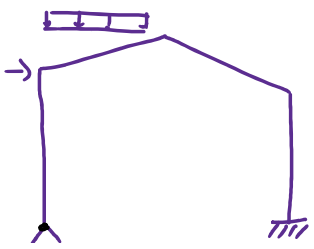
$F_1 + F_2 = P$ معادله نیرویی

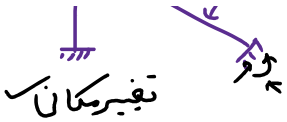
$k_1\Delta + k_2\Delta = P$ مجهول Δ

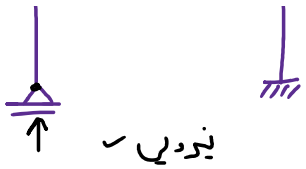
$$\Delta = \frac{P}{k_1 + k_2} = \frac{2}{9}\frac{PL}{EA}$$

$$F_1 = k_1\Delta = \left(\frac{3EA}{L}\right)\left(\frac{2}{9}\frac{PL}{EA}\right) = \frac{2}{3}P$$



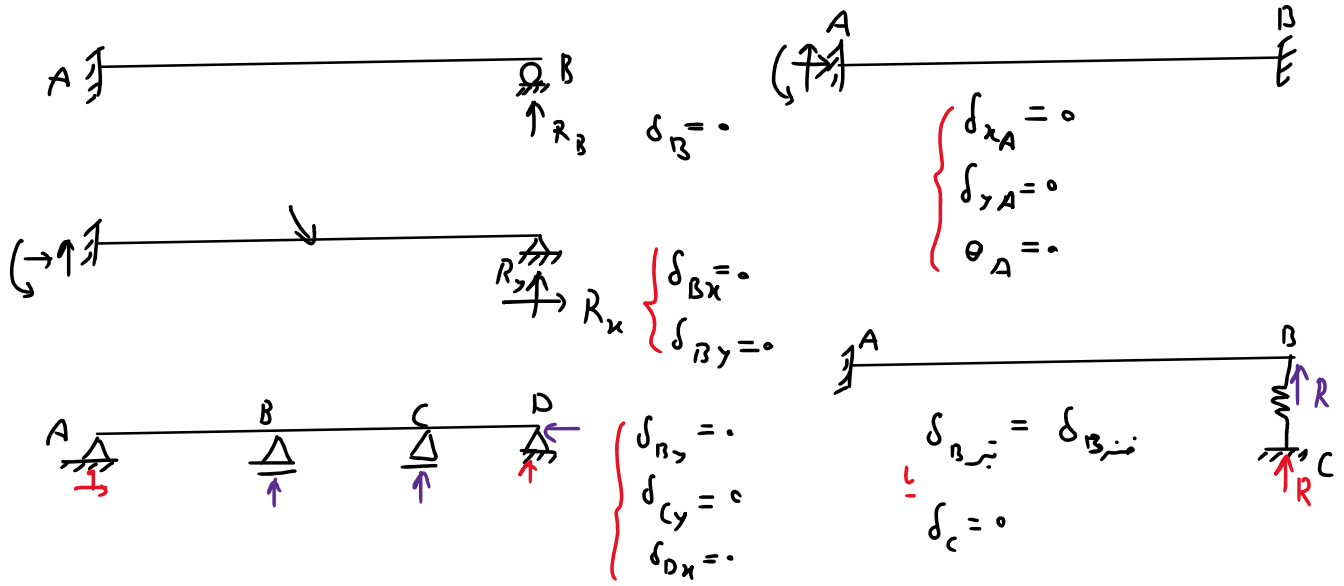






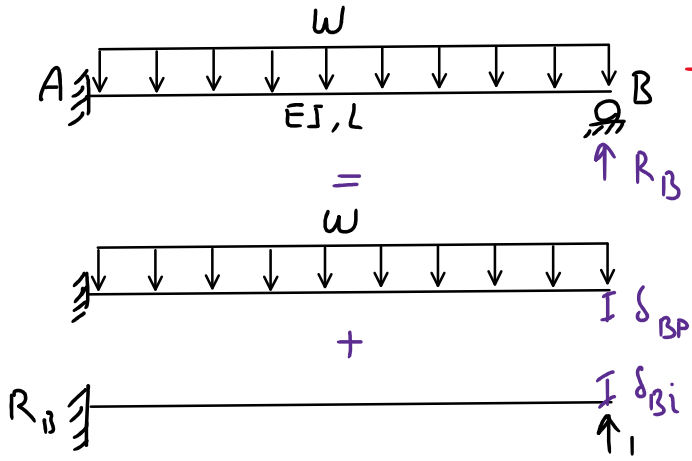
روش سازگاری تغییرشکل ها

در یک سازه n درجه نامعین، n مجهول نیروی اضافه وجود دارد که با معادلات تعادل به دست نمی آید. اما هر مجهول اضافه، یک معادله تغییرمکان اضافه نیز به همراه دارد. بنابراین با نوشتن n معادله n مجهول کلیه مجهول های نیروی اضافی به دست می آید. در انتها سایر مجهولات از معادلات تعادل استاتیک تعیین شده و سازه کاملاً تحلیل می شود.



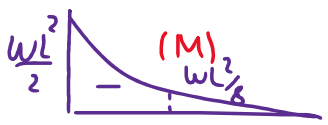
مثال: تیر شکل زیر را تحلیل کنید.

راه حل اول



$\delta_B = 0$

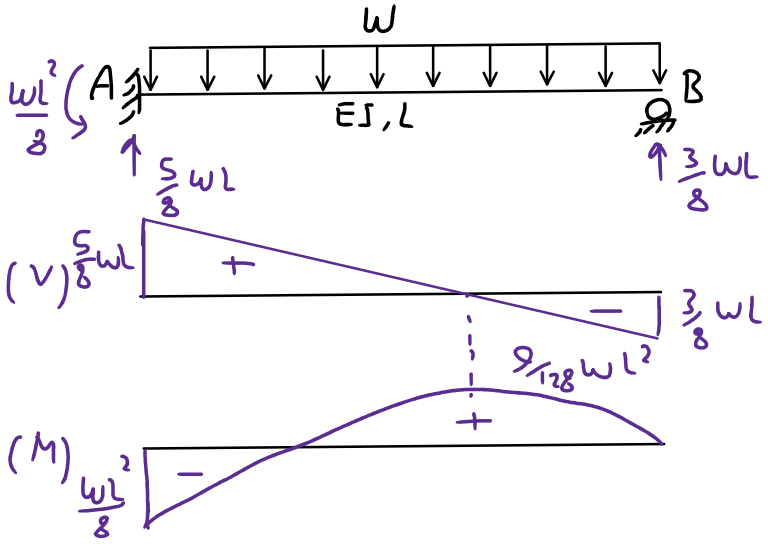
$\delta_{BP} + R_B \delta_{Bi} = 0$

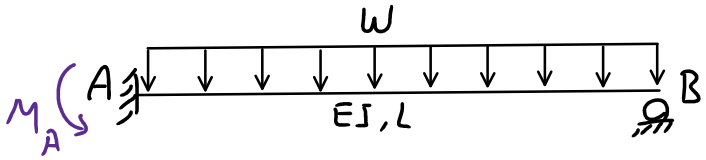


$$\delta_{BP} = \int \frac{m M}{EI} dx = \frac{L}{6}\left[(-\frac{wL^2}{2})(L) + 4(-\frac{wL^2}{8})(\frac{L}{2}) + 0\right] = -\frac{wL^4}{8EI}$$

$$\delta_{Bi} = \int \frac{m^2}{EI}\,dx = \frac{L}{3}(L)(L) = \frac{L^3}{3EI}$$

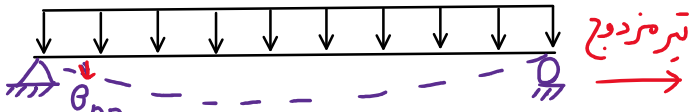
$$-\frac{wL^4}{8EI} + R_B\frac{L^3}{3EI} = 0 \rightarrow \boxed{R_B = \frac{3}{8}wL}$$



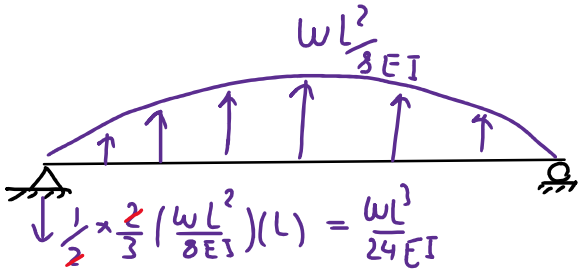


راه حل دوم

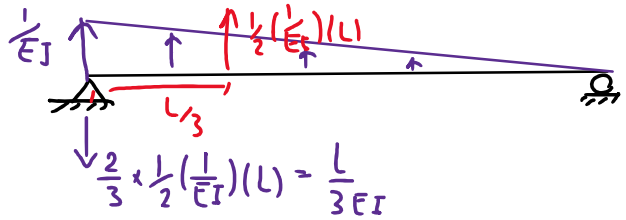
=



تیر مزدوج

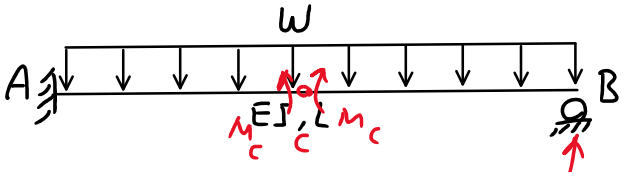


+

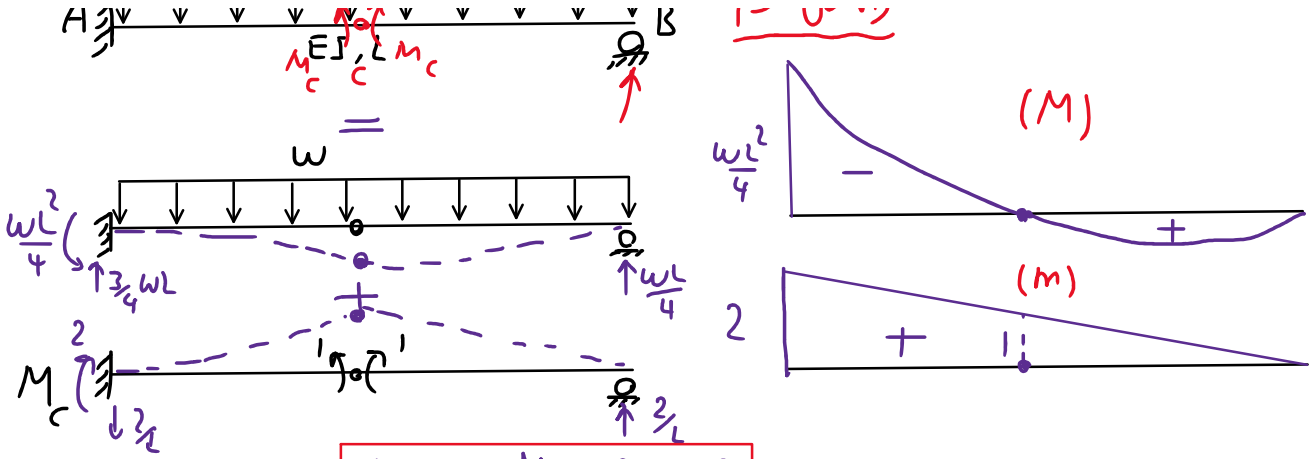


$\theta_A = 0$ $\qquad$ $\boxed{\theta_{AP} + M_A\,\theta_{Ai} = 0}$

$$-\frac{wL^3}{24EI} + M_A\left(\frac{+L}{3EI}\right) = 0 \rightarrow \boxed{M_A = \frac{wL^2}{8}}$$



راه حل سوم

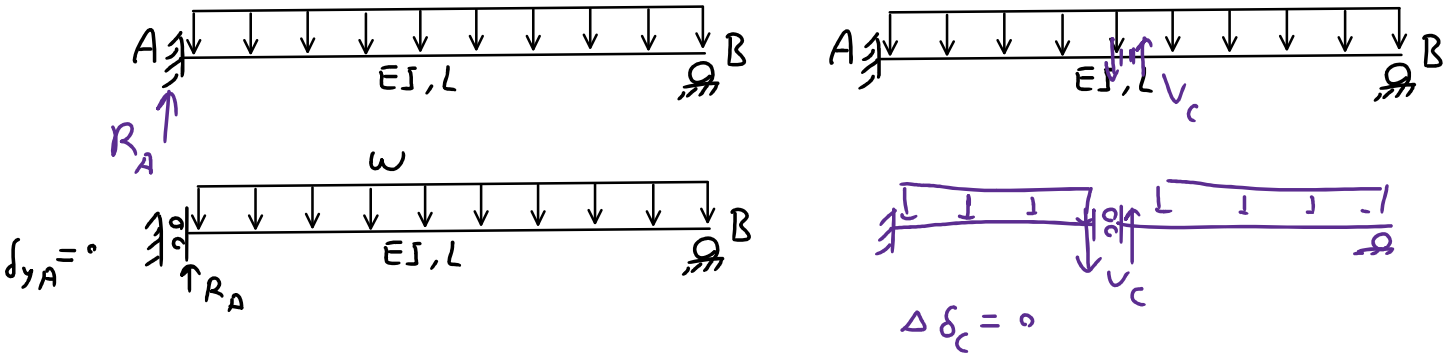


$\Delta\theta_c = 0 \rightarrow \boxed{\Delta\theta_{cp} + M_c \Delta\theta_i = 0}$

$$\Delta\theta_{cp} = \int \frac{mM}{EI}dx = \frac{L}{6}\left[\left(\frac{-wL^2}{4}\right)(2) + 0 + 0\right] = \frac{-wL^3}{12EI}$$

$$\Delta\theta_{ci} = \int \frac{m^2}{EI}dx = \frac{L}{3}(2)(2) = \frac{4}{3}\frac{L}{EI}$$

$$-\frac{wL^3}{12EI} + M_c\left(\frac{4}{3}\frac{L}{EI}\right) = 0 \rightarrow \boxed{M_c = \frac{wL^2}{16}}$$



$\Delta\delta_c = 0$