

ماتریس سختی کل سازه

در بنش های قبلی، ابتدا ماتریس سختی عضو در مختصات محلی (k_L) به دست آمد پس با استفاده از ماتریس مبدل (R)، ماتریس سختی به مختصات کلی (k_G) انتقال داده شد. حال در این قسمت، با ترکیب یا سرهم بندی (Assembly) ماتریس های سختی اعضا (k_G)، ماتریس سختی کل سازه به دست می آید.

$$[k_L]_{mem} \xrightarrow{[R]} [k_G]_{mem} \xrightarrow{Assembly} [k_G]_{str}$$

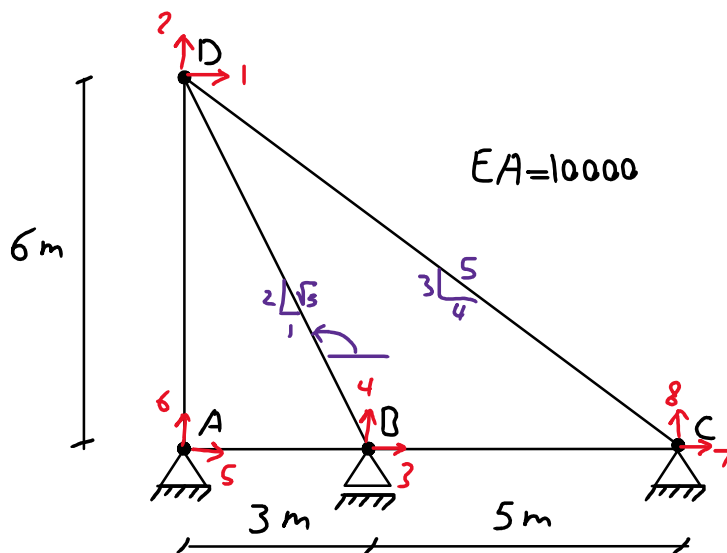


* از آنجایی که ماتریس سختی سازه بدون توجه به شرایط مرزی محاسبه می شود، ناپایدار بوده و $|k| = 0$ است. در ادامه با اعمال شرایط مرزی، سازه پایدار شده و قابل تحلیل می شود.

سرهم بندی ماتریس سختی اعضا

ماتریس سختی کل سازه از سرهم بندی ماتریس های سختی کلیه اعضا (k_G) به دست می آید. به این ترتیب که هر درایه ماتریس سختی سازه با جمع کردن درایه های هم نام ماتریس سختی اعضا تعیین می شود. * توجه کنید که سختی عضو از نقطه راس درایه های سختی سازه وابسته به درجات آزادی آن ن تأثیر دارد.

مثال: ماتریس سختی کل سازه را تشکیل دهید.



$$k = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$k_G = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} C^2 & CS & -C^2 & -CS \\ CS & S^2 & -CS & -S^2 \\ -C^2 & -CS & C^2 & CS \\ -CS & -S^2 & CS & S^2 \end{bmatrix}$$

① ماتریس سختی کلیه اعضا در مختصات Global

$$\textcircled{AB}: \frac{EA}{L} = \frac{10000}{3} = 3333$$

$$K_{AB} = 3333 \begin{bmatrix} 5 & 6 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 3 \\ 4 \end{matrix}$$

$$\textcircled{BC}: \frac{EA}{L} = \frac{10000}{5} = 2000$$

$$K_{BC} = 2000 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 7 & 8 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 7 \\ 8 \end{matrix}$$

$$\textcircled{AD}: \frac{EA}{L} = \frac{10000}{6} = 1667$$

$$K_{AD} = 1667 \begin{bmatrix} 5 & 6 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} 5 \\ 6 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\textcircled{BD}: \frac{EA}{L} = \frac{10000}{3\sqrt{5}} = 1491$$

$$\theta = 118.565^\circ, C = \frac{-1}{\sqrt{5}}, S = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$K_{BD} = 1491 \begin{bmatrix} 3 & 4 & 1 & 2 \\ 0.2 & -0.4 & -0.2 & 0.4 \\ -0.4 & 0.8 & 0.4 & -0.8 \\ -0.2 & 0.4 & 0.2 & -0.4 \\ 0.4 & -0.8 & -0.4 & 0.8 \end{bmatrix} \begin{matrix} 3 \\ 4 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$$

$$\textcircled{CD}: \frac{EA}{L} = \frac{10000}{10} = 1000$$

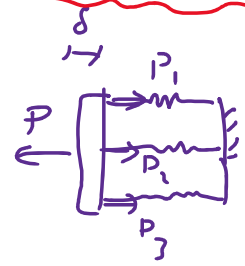
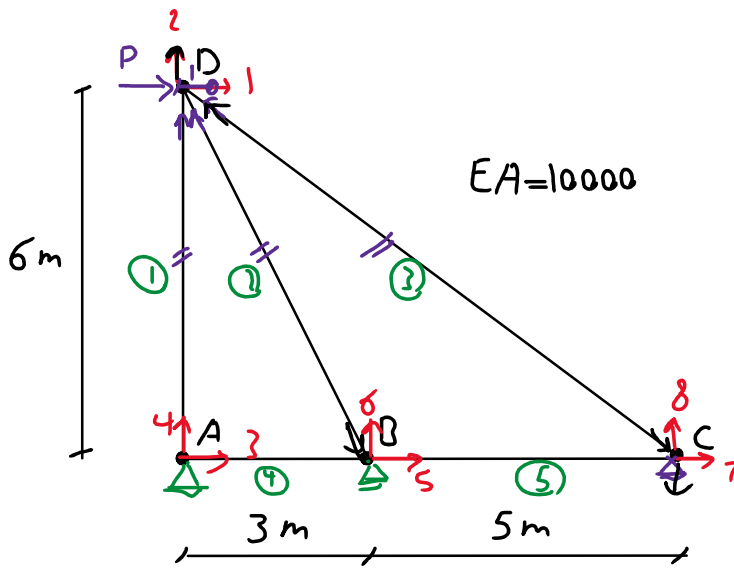
$$\theta = 143.13^\circ, C = -0.8, S = 0.6$$

$$K_{CD} = 1000 \begin{bmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 0.64 & -0.48 & -0.64 & 0.48 \\ -0.48 & 0.36 & 0.48 & -0.36 \\ -0.64 & 0.48 & 0.64 & -0.48 \\ 0.48 & -0.36 & -0.48 & 0.36 \end{bmatrix} \begin{matrix} 7 \\ 8 \\ 1 \\ 2 \end{matrix}$$

۱۲) ماتریس سختی سازه با سرهم بند

$$K_{str} = \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 & 596 & 0 & 0 & -640 & 480 \\ -1076 & 3220 & 596 & -1193 & 0 & -1667 & 480 & -360 \\ -298 & 596 & 5631 & -596 & -3333 & 0 & -2000 & 0 \\ 596 & -1193 & -596 & 1193 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3333 & 0 & 3333 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1667 & 0 & 0 & 0 & 1667 & 0 & 0 \\ -640 & 480 & -2000 & 0 & 0 & 0 & 2640 & -480 \\ 480 & -360 & 0 & 0 & 0 & 0 & -480 & 360 \end{bmatrix} 8 \times 8$$

مقدوم معینہ



$$P = k_1 \delta + k_2 \delta + k_3 \delta$$

$$P = \sum k_i \delta$$

$$P = k \delta \quad k_{11} + k_{21} + k_{31}$$

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_8 \end{Bmatrix}_{8 \times 1} = \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{21} \\ \vdots \\ k_{81} \end{bmatrix} \dots \dots \begin{bmatrix} k_{18} \\ \vdots \\ k_{88} \end{bmatrix}_{8 \times 8} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \vdots \\ \delta_8 \end{Bmatrix}_{8 \times 1}$$

$$K_G = \frac{EA}{L} \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 & 1 & 2 & \\ \hline 1 & C^2 & CS & -C^2 & -CS & \\ 4 & CS & S^2 & -CS & -S^2 & \\ \hline 1 & -C^2 & -CS & C^2 & CS & \\ 2 & -CS & -S^2 & CS & S^2 & \end{array}$$

$$K_G = \frac{EA}{L} \begin{array}{c|cc} & 5 & 6 & 1 & 2 & \\ \hline 5 & C^2 & CS & -C^2 & -CS & \\ 6 & CS & S^2 & -CS & -S^2 & \\ \hline 1 & -C^2 & -CS & C^2 & CS & \\ 2 & -CS & -S^2 & CS & S^2 & \end{array}$$

$$K_G = \frac{EA}{L} \begin{array}{c|cc} & 7 & 8 & 1 & 2 & \\ \hline 7 & C^2 & CS & -C^2 & -CS & \\ 8 & CS & S^2 & -CS & -S^2 & \\ \hline 1 & -C^2 & CS & C^2 & CS & \\ 2 & -CS & -S^2 & CS & S^2 & \end{array}$$

$$K_G = \frac{EA}{L} \begin{array}{c|cc} & 3 & 4 & 5 & 6 & \\ \hline 3 & C^2 & CS & -C^2 & -CS & \\ 4 & CS & S^2 & -CS & -S^2 & \\ \hline 5 & -C^2 & -CS & C^2 & CS & \\ 6 & -CS & -S^2 & CS & S^2 & \end{array}$$

$$[-cs \quad -s^2 \mid cs \quad s^2] \quad 2$$

$$[-cs \quad -s^2 \mid cs \quad s^2] \quad 6$$

$$K_G = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c & -cs & 5 \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 & 6 \\ -c^2 & -cs & c & cs & 7 \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 & 8 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$