

از آنجایی که شرایط مرزی (تکیه گاه) در ماتریس سختی کل سازه اعمال نشده است، سازه ناپایدار است و $|k| = 0$.

- ① از نظر تغییر مکان، همه درجات آزادی باز بوده، و سازه دارای حرکت به شکل جسم صلب است.
- ② از نظر نیروی، معادلات $P = k\delta$ مستقل نیستند و با معادلات تعادل به یکدیگر وابسته اند.

* با ایجاد تکیه گاه های کافی برای سازه، سازه پایدار و قابل تحلیل می شود.

یعنی حداقل ۳ مجهول تکیه گاه برای ارضاء ۳ معادله تعادل

اعمال شرایط مرزی با جداسازی درجات آزادی آزاد (δ_f) و مقید (δ_s) در ماتریس سختی و یا به عبارت دیگر با پارتیشن (Partition) بندی ماتریس سختی انجام می پذیرد.

	مجهول	معلوم
آزاد f	δ_f	P_f
مقید s	P_s	δ_s

$$\begin{Bmatrix} P_f \\ P_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ff} & k_{fs} \\ k_{sf} & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_f \\ \delta_s \end{Bmatrix}$$

$$P_f = k_{ff} \delta_f + k_{fs} \delta_s$$

$$P_f = k_{ff} \delta_f$$

* محاسبه مجهولات تغییر مکان (δ_f)

با اعمال شرایط مرز یعنی $\delta_s = 0$ ، سازه پایدار شده و این معادله قابل حل است. $|k_{ff}| \neq 0$

$$P_s = k_{sf} \delta_f + k_{ss} \delta_s$$

$$* P_s = k_{sf} \delta_f$$

* محاسبه نیروها تکیه گاه (P_s)

نیروی داخلی اعضا نیز به صورت زیر به دست می آید:

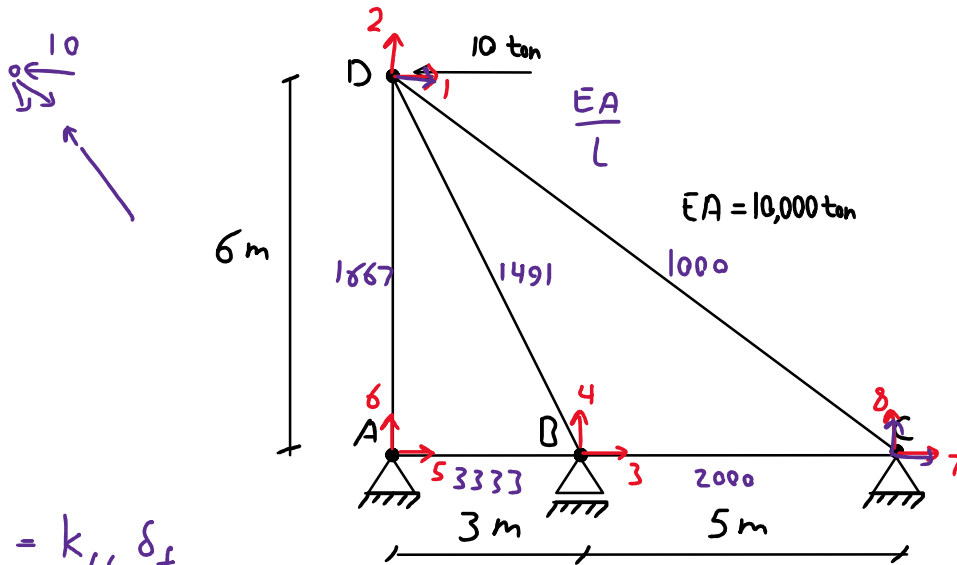
$$P_l = k_l \delta_l = k_l R \delta_c$$

$$P_l = k_l R \delta_c$$

* محاسبه نیروها اعضا

معمولاً برای محاسبه نیروهای عکس العمل تکیه گاه از فرمول بالا استفاده نمی شود؛ بلکه پس از به دست آوردن نیروی تکیه اعضا، عکس العمل ها با نوشتن معادلات تعادل در تکیه گاه ها به دست می آید.

مثال: تغییر مکان های گرهی، نیروی عضو CD و عکس العمل های تکیه گاه را به دست آرید.



$$P_f = k_{ff} \delta_f$$

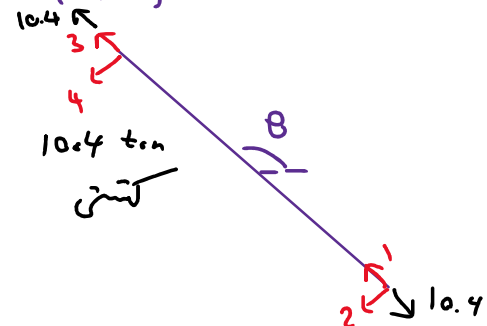
$$\begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 \\ -1076 & 3220 & 596 \\ -298 & 596 & 5631 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -17.34 \times 10^{-3} \\ -5.74 \times 10^{-3} \\ -0.31 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

$$C = -0.8, S = 0.6$$

$$P_{L,CD} = k_L R \delta_C = 1000 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.8 & 0.6 & 0 & 0 \\ -0.6 & -0.8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.8 & 0.6 \\ 0 & 0 & -0.6 & -0.8 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -17.34 \times 10^{-3} \\ -5.74 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

$$P_{L,CD} = 1000 \begin{bmatrix} -0.8 & 0.6 & 0.8 & -0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.8 & -0.6 & -0.8 & 0.6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -17.34 \times 10^{-3} \\ -5.74 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10.4 \\ 0 \\ 10.4 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$P_{L,CD} = \begin{Bmatrix} -10.4 \\ 0 \\ 10.4 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



$$P_s = k_{sf} \delta_f$$

$$P_s = \begin{bmatrix} 596 & -1193 & -596 \\ 0 & 0 & -3333 \\ 0 & -1667 & 0 \\ -640 & 480 & -2000 \\ 480 & -360 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} -17.34 \times 10^{-3} \\ -5.74 \times 10^{-3} \\ -0.31 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -3.3 \\ 1 \\ 9.6 \\ 9 \\ -6.3 \end{Bmatrix}$$

$$P_s = \begin{Bmatrix} -3.3 \\ 1 \\ 9.6 \\ 9 \\ -6.3 \end{Bmatrix}$$

محاسبه k_{ff} به صورت مستقیم بدون سرهم بندی

$$k_{11} = 1000 \times 0.64 + 1491 \times 0.2 = 938$$

$$k_{21} = -1000 \times 0.48 - 1491 \times 0.4 = -1076$$

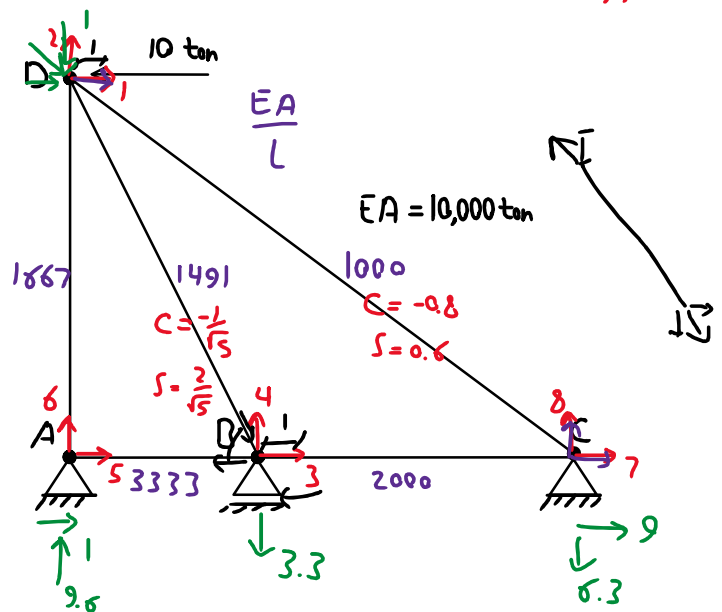
$$k_{31} = -1491 \times 0.2 = -298$$

$$k_{22} = 1667 + 1491 \times 0.8 + 1000 \times 0.36 = 3220$$

$$k_{32} = 1491 \times 0.4 = 596$$

$$k_{33} = 2000 + 3333 + 1491 \times 0.2 = 5631$$

$$k_{ff} = \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 \\ -1076 & 3220 & 596 \\ -298 & 596 & 5631 \end{bmatrix}$$



حل معادلات به روش حذف گویس:

$$\begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 \\ -1076 & 3220 & 596 \\ -298 & 596 & 5631 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\frac{1076}{938} \times \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 & | & -10 \\ -1076 & 3220 & 596 & | & 0 \\ -298 & 596 & 5631 & | & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\frac{298}{938} \times} \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 & | & -10 \\ 0 & 1984.7 & 254 & | & -11.47 \\ -298 & 596 & 5631 & | & 0 \end{bmatrix} \rightarrow$$

$$\frac{-254}{1987.4} \times \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 & | & -10 \\ 0 & 1984.7 & 254 & | & -11.47 \\ 0 & 254 & 5503 & | & -3.18 \end{bmatrix} \xrightarrow{\quad} \begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 & | & -10 \\ 0 & 1984.7 & 254 & | & -11.47 \\ 0 & 0 & 5503 & | & -1.71 \end{bmatrix}$$

بنابراین معادلات به شکل زیر درمی آید:

$$\begin{bmatrix} 938 & -1076 & -298 \\ 0 & 1984.7 & 254 \\ 0 & 0 & 5503 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -10 \\ -11.47 \\ -1.71 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -17.3 \times 10^{-3} \\ -5.7 \times 10^{-3} \\ -0.3 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$