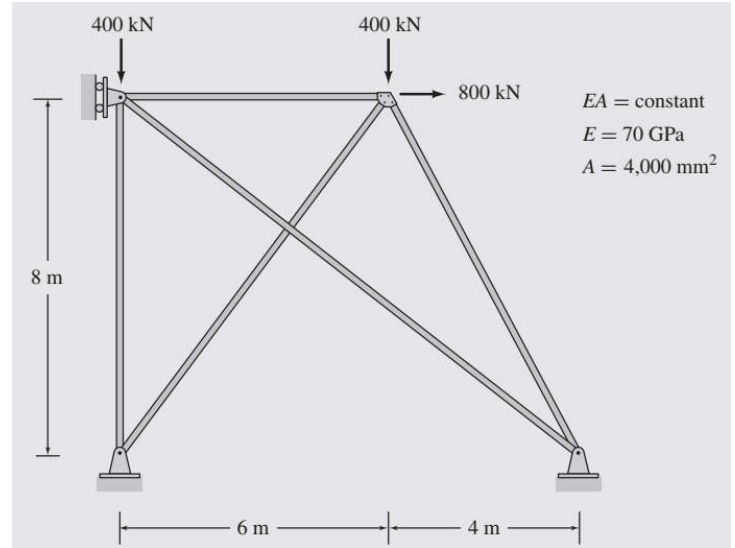
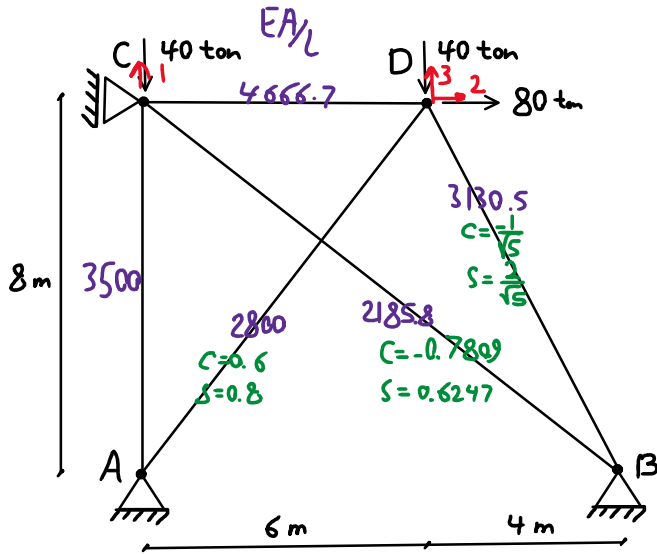


مثال: خرابای شکل زیر را با روش ماتریسی تحلیل کنید و جابجایی گره های C و D و نیز نیروی اعضای AC و BD را بدست آورید.



$$k_{ff} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & \textcircled{2} & \textcircled{3} \\ 4353 & 0 & 0 \\ 0 & 6300.8 & 91.8 \\ 0 & 91.8 & 4296.4 \end{bmatrix} \begin{matrix} \textcircled{1} \\ \textcircled{2} \\ \textcircled{3} \end{matrix}$$

ماتریس k_{ff} به روش مستقیم

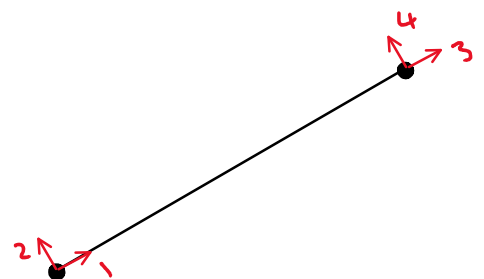
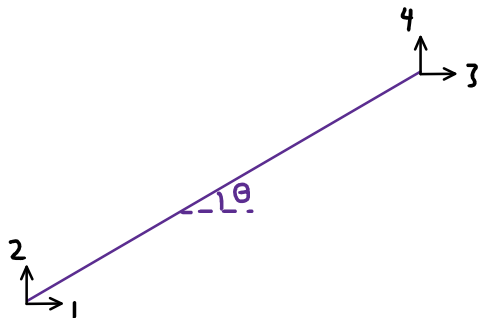
$$EA = 70 \times 10^3 \times 4,000 = 280 \times 10^6 \text{ N}$$

$$EA = 280 \times 10^3 \text{ kN} = 28000 \text{ ton}$$

$$k_{ff} \delta_f = P_f$$

$$\begin{bmatrix} 4353 & 0 & 0 \\ 0 & 6300.8 & 91.8 \\ 0 & 91.8 & 4296.4 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -40 \\ 80 \\ -40 \end{Bmatrix} \rightarrow \begin{Bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -9.18 \times 10^{-3} \\ 12.83 \times 10^{-3} \\ -9.58 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

ماتریس k_{ff} با سه هم بند ماتریسی گره های اعضا

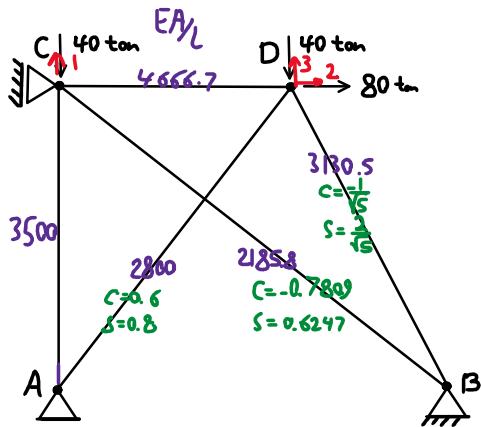


$$k = \frac{EA}{6L} \begin{bmatrix} c^2 & cs & -c^2 & -cs \\ cs & s^2 & -cs & -s^2 \\ -c^2 & -cs & c^2 & cs \\ -cs & -s^2 & cs & s^2 \end{bmatrix}$$

$$k = \frac{EA}{L} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

① ماتریس k_{ff} سازو با سرهم بندت

$$k_{ff} = \begin{bmatrix} 4353 & 0 & 0 \\ 0 & 6300.8 & 91.8 \\ 0 & 91.8 & 4296.4 \end{bmatrix}$$



① ماتریس k_{ff} در عضو:

$$[k_{ff}]_{Ac} = 3500 \begin{bmatrix} 1 \end{bmatrix}$$

$$[k_{ff}]_{AD} = 2800 \begin{bmatrix} 0.36 & 0.48 \\ -0.48 & 0.64 \end{bmatrix}$$

$$[k_{ff}]_{BC} = 2185.8 \begin{bmatrix} 0.39 \end{bmatrix}$$

$$[k_{ff}]_{BD} = 3130.5 \begin{bmatrix} 0.2 & -0.4 \\ -0.4 & 0.8 \end{bmatrix}$$

$$[k_{ff}]_{CD} = 4666.7 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

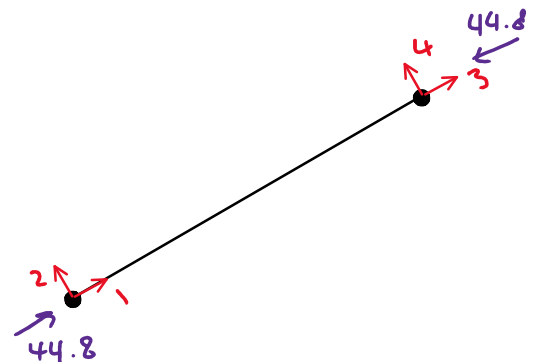
$$P_L = k_L \delta_L = k_L R \delta_G$$

③ محاسب نیرو اعضا

$$(P_L)_{BD} = 3130.5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 & 0 & -\frac{2}{\sqrt{5}} & -\frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12.83 \times 10^{-3} \\ -9.58 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

$$R = \begin{bmatrix} c & s & 0 & 0 \\ -s & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c & s \\ 0 & 0 & -s & c \end{bmatrix}$$

$$(P_L)_{BD} = 3130.5 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -14.3 \times 10^{-3} \\ -7.2 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 44.8 \\ 0 \\ -44.8 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



$$(P_L)_{BD} = \begin{Bmatrix} 44.8 \\ 0 \\ -44.8 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

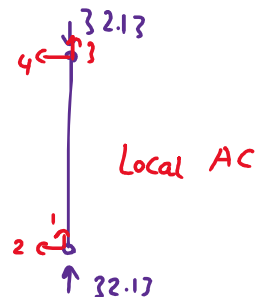
آگر فقط P_L را نیاز داریم و δ_L را نمی‌خواهیم:

$$P_L = k_L \delta_L = k_L R \delta_G$$

$$*k_L R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & S & 0 & 0 \\ -S & C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C & S \\ 0 & 0 & -S & C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C & S & -C & -S \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C & -S & C & S \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$(P_L)_{BD} = 3130.5 \begin{bmatrix} \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} & \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{-2}{\sqrt{5}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} & \frac{-2}{\sqrt{5}} & \frac{-1}{\sqrt{5}} & \frac{2}{\sqrt{5}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 12.8 \times 10^{-3} \\ -9.58 \times 10^{-3} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 44.8 \\ 0 \\ -44.8 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

$$\text{دستی} \quad (P_L)_{Ac} = 3500 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.18 \times 10^{-3} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 32.13 \\ 0 \\ -32.13 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



$$(P_L)_{Ac} = \begin{Bmatrix} 32.13 \\ 0 \\ -32.13 \\ 0 \end{Bmatrix}$$



$$\text{کولونبیسی} \quad (P_L)_{Ac} = k_L R \delta_G = 3500 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -9.18 \times 10^{-3} \end{Bmatrix}$$

$R \delta_G = \delta_L$

$$= 3500 \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -9.18 \times 10^{-3} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 32.13 \\ 0 \\ -32.13 \\ 0 \end{Bmatrix}$$