Matrix Analysis 16

Tuesday, August 6, 2024 10:29

نشست تکیه‌گاهی در تحلیل ماتریسی

اگر تکیه‌گاه‌های سازه نشست و دوران داشته باشند، تعیین مجهولات تکیه‌گاهی به صورت زیر انجام می‌شود.

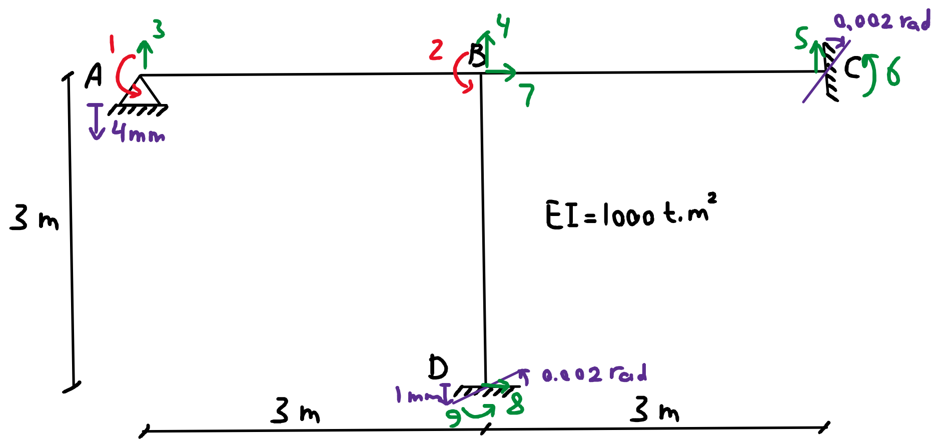
$$\begin{Bmatrix} P_f \\ \hline P_s \end{Bmatrix} = \left[\begin{array}{c|c} k_{ff} & k_{fs} \\ \hline k_{sf} & k_{ss} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} \delta_f \\ \hline \delta_s \end{Bmatrix}$$

$$k_{ff}\delta_f + k_{fs}\delta_s = P_f$$

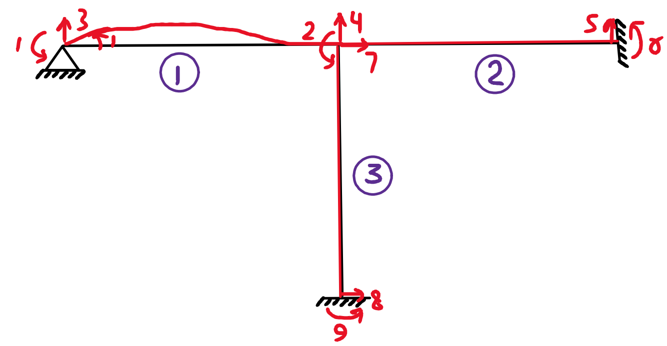
$$k_{ff}\delta_f = \overbrace{P_f - k_{fs}\delta_s}^{P_f^*}$$

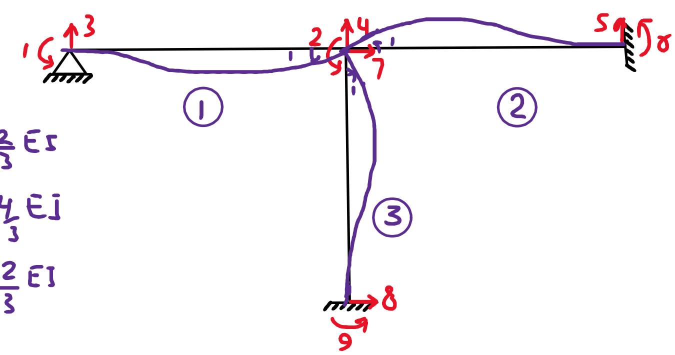
* درحقیقت بردار بارگذاری به صورت فوق اصلاح می‌شود که در آن P_f ناشی از بار خارجی و $(\underline{-k_{sf}\delta_s})$ بار ناشی از نشست تکیه‌گاهی است.

مثال: سازه شکل زیر را به روش ماتریسی تحلیل کنید. (از تغییر شکل‌های محوری صرف‌نظر کنید.)



۱ نوشتن K_{ff} و K_{sf}





$$
\begin{array}{c}
\begin{array}{cc} \text{1} & \text{2} \end{array} \\
\left[\begin{array}{cc}
\frac{4EI_1}{L_1} & \frac{2EI_1}{L_1} \\
2\frac{EI_1}{L_1} & \frac{4EI_1}{L_1}+\frac{4EI_2}{L_2}+\frac{4EI_3}{L_3} \\
\hline
\frac{6EI_1}{L_1^2} & \frac{6EI_1}{L_1^2} \\
-\frac{6EI_1}{L_1^2} & -\frac{6EI_1}{L_1^2}+\frac{6EI_2}{L_2^2} \\
0 & -\frac{6EI_2}{L_2^2} \\
0 & \frac{2EI_2}{L_2} \\
0 & \frac{6EI_3}{L_3^2} \\
0 & -\frac{6EI_3}{L_3^2} \\
0 & \frac{2EI_3}{L_3}
\end{array}\right]
\end{array}
\begin{array}{c} \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{array}
$$

K_{ff}

K_{sf}

$$\frac{2EI}{L} = \frac{2}{3}EI$$

$$\frac{4EI}{L} = \frac{4}{3}EI$$

$$\frac{6EI}{L^2} = \frac{2}{3}EI$$

۲ تعیین بردار بارگذاری P_f^*

$$
P_f^* = \cancel{P_f}^{\,0} - K_{fs}\delta_s = -EI
\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccc} ۳ & ۴ & ۵ & ۶ & ۷ & ۸ & ۹ \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccc}
\frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
\frac{2}{3} & 0 & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3}
\end{array}\right]
\end{array}
\left\{\begin{array}{c} -0.004 \\ -0.001 \\ 0 \\ -0.002 \\ 0 \\ 0 \\ 0.002 \end{array}\right\}
\begin{array}{c} 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \end{array}
= \left\{\begin{array}{c} 2 \\ 8/3 \end{array}\right\}
$$

$$\boxed{P_f^* = \left\{\begin{array}{c} 2 \\ 8/3 \end{array}\right\}}$$

۳ محاسبه δ_f با حل معادله $K_{ff}\delta_f = P_f^*$

$$K_{ff}\delta_f = P_f^*$$

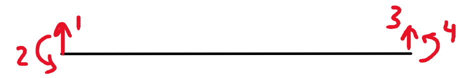
$$EI\begin{bmatrix} 4/3 & 2/3 \\ 2/3 & 4 \end{bmatrix}\left\{\begin{array}{c} \delta_1 \\ \delta_2 \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} 2 \\ 8/3 \end{array}\right\} \longrightarrow \boxed{\left\{\begin{array}{c} \delta_1 \\ \delta_2 \end{array}\right\} = \frac{1}{EI}\left\{\begin{array}{c} 56/44 \\ 5/11 \end{array}\right\}}$$

④ محاسبه نیروی اعضا

$$P_L = K_L\,\delta_L + \cancel{FER}$$

$$K_L = \begin{array}{c} \\ \\ \\ \\ \\ \end{array}\begin{array}{cccc} ① & ② & ③ & ④ \end{array}$$

$$K_L = \left[\begin{array}{cccc} \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{array}\right]\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array} = EI\left[\begin{array}{cccc} 4/9 & 2/3 & -4/9 & 2/3 \\ 2/3 & 4/3 & -2/3 & 2/3 \\ -4/9 & -2/3 & 4/9 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -2/3 & 4/3 \end{array}\right]\begin{array}{c} ① \\ ② \\ ③ \\ ④ \end{array}$$



$$P_{L,AB} = EI\left[\begin{array}{cccc} 4/9 & 2/3 & -4/9 & 2/3 \\ 2/3 & 4/3 & -2/3 & 2/3 \\ -4/9 & -2/3 & 4/9 & -2/3 \\ 2/3 & 2/3 & -2/3 & 4/3 \end{array}\right]\left\{\begin{array}{c} \delta_3 = -4\times10^{-3} \\ \delta_1 = \frac{56}{44}\times10^{-3} \\ \delta_4 = -1\times10^{-3} \\ \delta_2 = \frac{5}{11}\times10^{-3} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{c} -0.18 \\ 0 \\ 0.18 \\ -0.546 \end{array}\right\}$$

$$\delta_{L,BC} = \left\{\begin{array}{c} \delta_4 \\ \delta_2 \\ \delta_5 \\ \delta_6 \end{array}\right\}\begin{array}{c} -0.001 \\ \frac{5}{11}\times10^{-3} \\ 0 \\ -0.002 \end{array} \qquad \delta_{L,CD} = \left\{\begin{array}{c} -\delta_8 \\ \delta_9 \\ -\delta_7 \\ \delta_2 \end{array}\right\}\begin{array}{c} 0 \\ 0.002 \\ 0 \\ \frac{5}{11}\times10^{-3} \end{array}$$