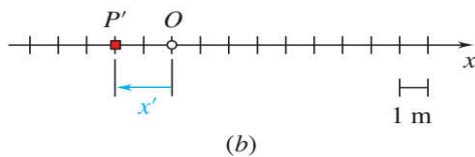
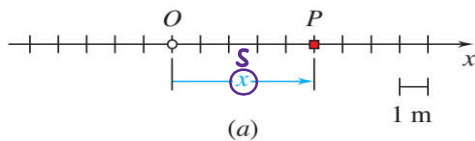


فصل اول: سینماتیک ذرات

حرکت روی خط مستقیم

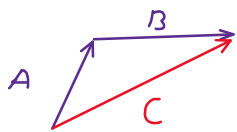
* حرکت وقتی معلوم است که مکان جسم در هر لحظه زمان معلوم باشد. $x(t)$
مکان، سرعت و شتاب

* دقت کنید از همین ابتدا، همه مفاهیم به صورت برداری تعریف می شود.
 البته در حرکت روی خط مستقیم، جهت بردار با علامت مثبت و منفی تعیین شده و بردار تبدیل به اسکالر می شود.



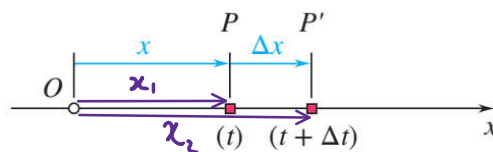
مکان (position): برداری است که موقعیت مکان جسم را
 نسبت به مبدأ مختصات تعیین می کند.
 $\vec{x}$ یا $\vec{s}$

تغییر مکان (displacement): برداری است که جابه جایی یا تغییر مکان جسم را بیان می کند.
 $\Delta \vec{x} = \vec{x}_2 - \vec{x}_1$



$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{C}$$

$$\vec{B} = \vec{C} - \vec{A}$$



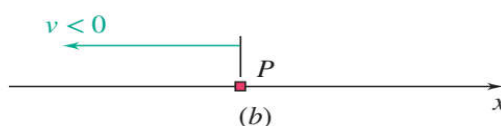
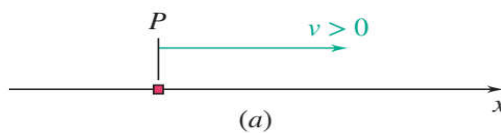
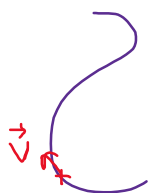
مسافت طی شده: distance
 تغییر مکان: displacement

$$\vec{V}_{avg} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

سرعت میانگین (average velocity):

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{d\vec{x}}{dt} \rightarrow \boxed{v = \dot{x}}$$

سرعت لحظه ای (instantaneous velocity):



بردار سرعت: velocity
 مقدار سرعت: speed

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

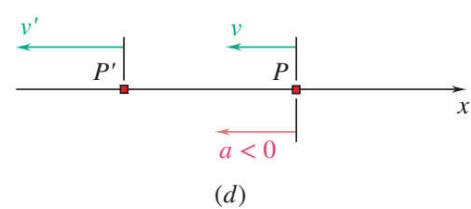
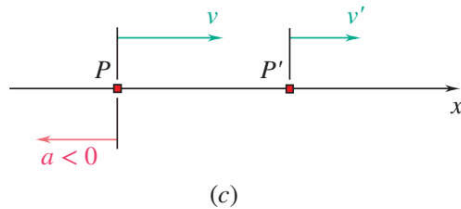
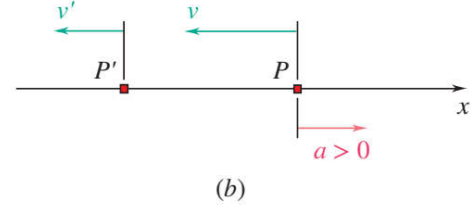
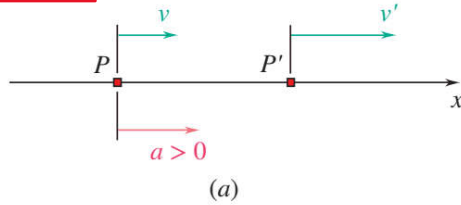
شتاب میانگین (average acceleration):

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2 x}{dt^2}$$

شتاب لحظه‌ای (instantaneous acceleration):

$$a = \dot{v} = \ddot{x}$$

$$\Delta \vec{v} = \vec{v}' - \vec{v}$$



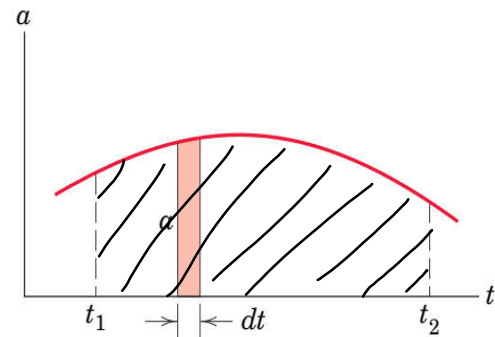
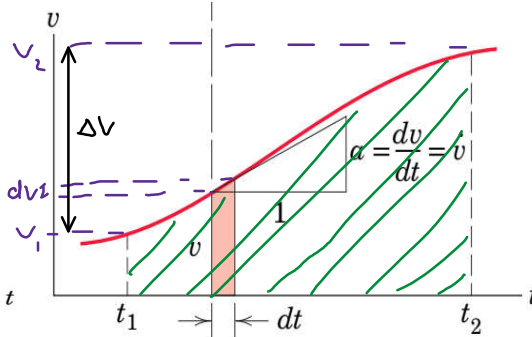
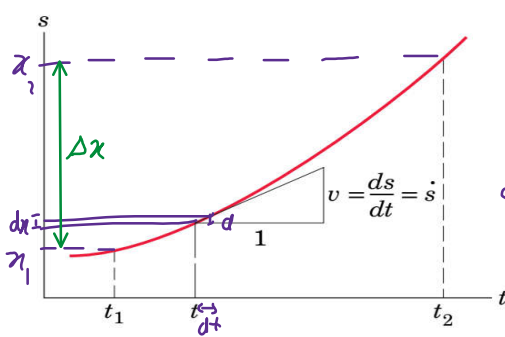
رابطه مستقل از زمان:

$$\left\{ \begin{array}{l} v = \frac{dx}{dt} \rightarrow dt = \frac{dx}{v} \\ a = \frac{dv}{dt} \rightarrow dt = \frac{dv}{a} \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \frac{dx}{v} = \frac{dv}{a}$$

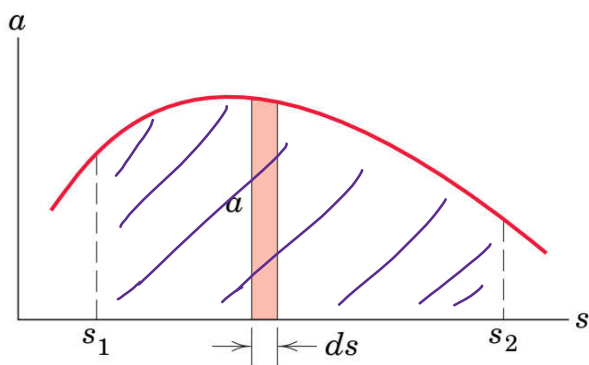
$$a dx = v dv$$

$$a ds = v dv$$



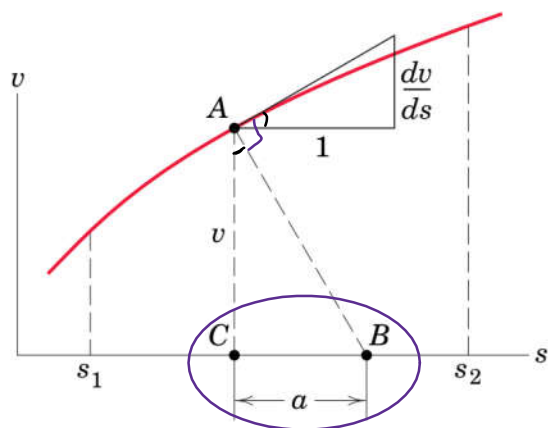
$$v = \frac{dx}{dt} \rightarrow \int_{x_1}^{x_2} dx = \int_{t_1}^{t_2} v dt \rightarrow \Delta x = \int_{t_1}^{t_2} v dt = \text{مساحت زیر نمودار } v-t \text{ از } t_1 \text{ تا } t_2$$

$$a = \frac{dv}{dt} \rightarrow \int_{v_1}^{v_2} dv = \int_{t_1}^{t_2} a dt \rightarrow \Delta v = \int_{t_1}^{t_2} a dt = \text{مساحت زیر نمودار } a-t \text{ از } t_1 \text{ تا } t_2$$



$$\int_{s_1}^{s_2} a ds = \int_{v_1}^{v_2} v dv \rightarrow \int_{s_1}^{s_2} a ds = \frac{v^2}{2} \Big|_{v_1}^{v_2}$$

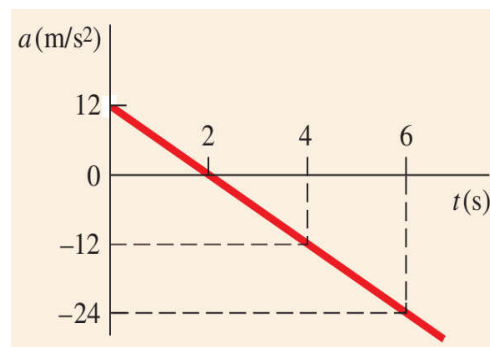
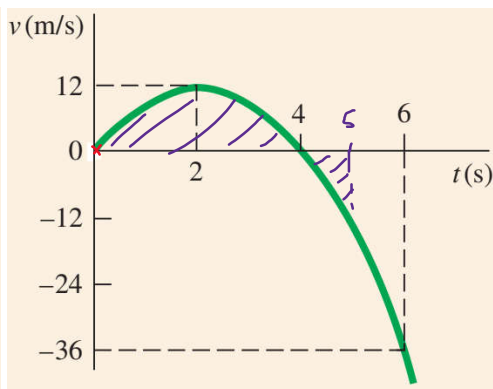
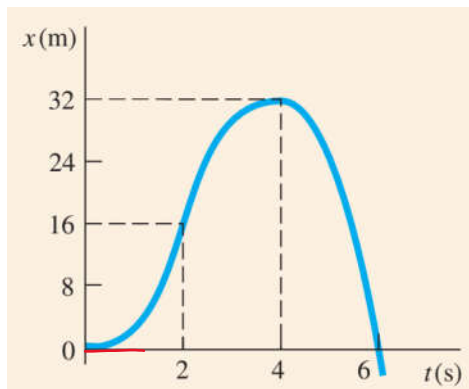
$$\rightarrow \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2) = \int_{s_1}^{s_2} a ds$$



$$a ds = v dv$$

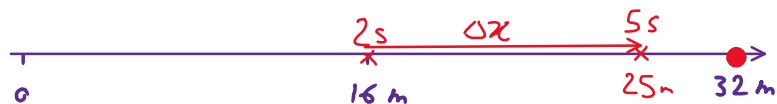
$$\frac{a}{v} = \frac{dv}{ds}$$

مثال: نمودارهای زیر را تفسیر کنید. $x = 6t^2 - t^3$



$$v = \dot{x} = 12t - 3t^2 \xrightarrow{x_{\max}} 12t = 3t^2 \rightarrow t = 4s \rightarrow x = 6(4^2) - 4^3 = 32$$

$$a = \dot{v} = 12 - 6t \xrightarrow{v_{\max}} 12 = 6t \rightarrow t = 2s \rightarrow x = 16$$



$$x(2) = 16m, \quad x(5) = 25m \rightarrow \Delta x = 25 - 16 = 9m \quad \text{تغییر مکان}$$

$$\text{مسافت از } t=2 \text{ تا } t=5 \rightarrow d = (32 - 16) + (32 - 25) = 23m$$

$$\text{تغییر مکان از } t=0 \text{ تا } t=4 \rightarrow \Delta x = \frac{2}{3}(12)(4) = 32m \rightarrow \int (12 - 3t^2) dx = 6t^2 - t^3 \Big|_0^4 = 32$$