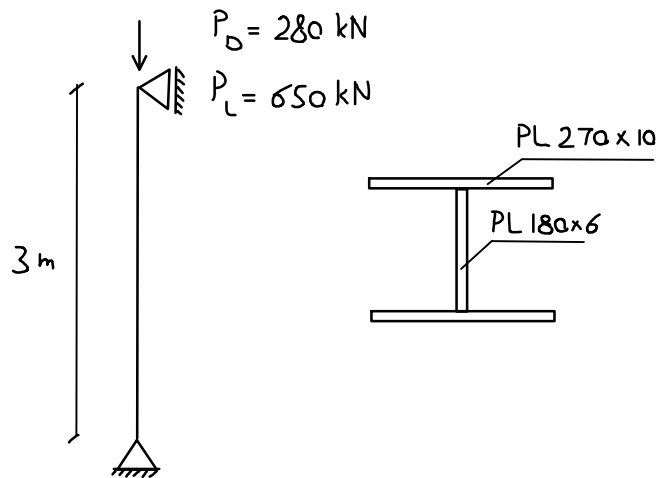


کمانش پیچشی ستون‌ها

مثال: ستون شکل زیر از ورق‌های فولاد S355 ساخته شده است. کنترل کنید مقاومت موجود ستون برای تحمل بارهای وارده کافی است.



برای چنین ستونی باید دایره آئر از مقطع نورد شده استفاده شده بود؛ کمانش خمشی حاکم بود و کنترل کمانش بی‌حیثی لازم نبود. اما در این مقطع که از ورق ساخته شده، عرض بال و دایره بیشتر از مقطع نورد شده است و بنابراین ممکن است کمانش خمشی حاکم نشود.

① مشخصات هندسی مقطع

$$b_f = 270 \quad t_f = 10 \quad h = 180 \quad t_w = 10$$

$$A_g = 2 \times (270 \times 10) + 180 \times 6 = 64.8 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$I_y = \sum \frac{1}{12} b h^3 = 2 \left(\frac{1}{12} \times 10 \times 270^3 \right) = 3281 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{3281 \times 10^4}{64.8 \times 10^2}} = \underline{\underline{71.2 \text{ mm}}}$$

$$I_x = \sum \frac{1}{12} b h^3 + \sum A d^2 = \frac{1}{12} \times 6 \times 180^3 + 2(270 \times 10 \times 95^2) = 5165 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{5165 \times 10^4}{64.8 \times 10^2}} = \underline{\underline{89.3 \text{ mm}}}$$

$$I_p = I_x + I_y = 5165 \times 10^4 + 3281 \times 10^4 = 8446 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$C_w = \frac{I_y h^2}{4} = 3281 \times 10^4 \times \frac{180^2}{4} = 296,110 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

$$J = \sum \frac{1}{3} b t^3 = \frac{1}{3} (2 \times 270 \times 10^3 + 180 \times 6^3) = 19.3 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{t_w} = \frac{180}{6} = 30 &\leq 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 1.49 \sqrt{\frac{200 \times 10^3}{355}} = 35.4 \quad \checkmark \\ k_c = \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{30}} = \underline{\underline{0.73}} \quad 0.35 \leq k_c \leq 0.76 \end{aligned} \right.$$

② کنترل لازم است

$$k_c = \frac{1}{\sqrt{h_{tw}}} = \frac{1}{\sqrt{30}} = \underline{0.73} \quad 0.35 \leq k_c \leq 0.76$$

$$\frac{b}{t} = \frac{135}{10} = 13.5 > 0.64 \sqrt{\frac{k_c E}{F_y}} = 0.64 \sqrt{\frac{0.73 \times 200 \times 10^3}{355}} = 13$$

بال لافز است ← مقطع با اجزاء غیر لافز

③ محاسبه F_e و F_n
 ۱-۳ F_e مکانشی خمشی
 ۲-۲ F_e کمانشی بجنی

$$\frac{L}{r_y} = \frac{3009}{71.2} = 42.1 \rightarrow F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L}{r}\right)^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{42.1^2} = \underline{1112} \text{ MPa}$$

$$F_{e2} = \left(\frac{\pi^2 E (I_w + GJ)}{I_p} \right)^{\frac{1}{2}} = \left(\frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{3000^2} \times 296,110 \times 10^6 + 76.9 \times 10^3 \times 19.3 \times 10^4 \right) \times \frac{1}{8446 \times 10^4} = \underline{945} \text{ MPa}$$

چون F_{e2} کوچکتر است، کمانشی بجنی حاکم است.

$$\frac{F_y}{F_e} = \frac{355}{945} = 0.376 < 2.25 \xrightarrow[\text{buckling}]{\text{inelastic}} F_n = \left[0.658 \frac{F_y}{F_e} \right] \times F_y = \left[0.658^{0.376} \right] \times 355 = 303 \text{ MPa}$$

$$\lambda \leq \lambda_r \sqrt{\frac{F_y}{F_n}} \rightarrow 13.5 \leq 13 \sqrt{\frac{355}{303}} = 14.1 \rightarrow b_e = b \rightarrow A_e = A_g \quad \text{④ محاسبه مساحت مؤثره}$$

⑤ محاسبه مقاومت طراحی ϕP_n و تساوت مرده‌ها

$$\phi P_n = 0.9 F_n A_g = 0.9 \times 303 \times 64.8 \times 10^2 = 1767 \text{ kN} \rightarrow \boxed{\phi P_n = 1767 \text{ kN}}$$

$$P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2 (280) + 1.6 (650) = 1376 \text{ kN} \leq \phi P_n = 1767 \text{ kN} \quad \checkmark$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{1376}{1767} = \underline{0.78} \quad \text{مقطع جوابگو است.}$$

حاشیه

③ راه دوم براساس محاسبه F_e

$$r_2 = \sqrt{\frac{C_w}{I_p} + 0.039 \frac{J L^2}{I_p}} = \sqrt{\frac{296110 \times 10^6}{8446 \times 10^4} + 0.039 \frac{19.3 \times 10^3 \times 3000^2}{8446 \times 10^4}} = 65.6 \text{ mm}$$

چون شعاع زیراسیرین معادل بیش کوچکتر است، کمانشی بجنی حاکم است. $r_x = 89.3$, $r_y = 71.2$, $r_2 = \underline{65.6}$

$$\frac{L}{r_2} = \frac{3000}{65.6} = 45.7 \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 112 \xrightarrow[\text{buckling}]{\text{inelastic}} F_e = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{45.7^2} = 943.8 \rightarrow F_n = \left[0.658^{\frac{355}{943.8}} \right] \times 355$$

$$\boxed{F_n = 303 \text{ MPa}}$$