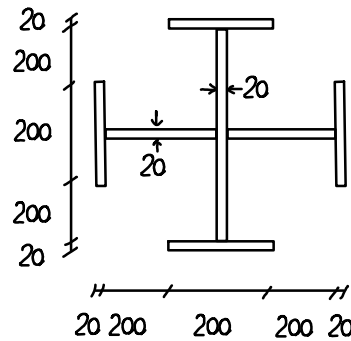


کمانش پیچشی ستون ها

مثال: ستون ۸ متری با مقطع شکل زیر، از ورق فولادی S235 ساخته شده و در هر دو انتهای آن مهار شده تلقی می شود. طراحی ستون را فقط برای کمانش خمشی کنترل کرده است. کفایت ستون را برابر بارهای وارده کنترل کنید.

$$P_o = 1275 \text{ kN}$$

$$P_L = 3825 \text{ kN}$$



(کتاب دکتر اصغر)

① منحنی هندسی مقطع

$$A_g = 4 \times 200 \times 20 + 2 \times 600 \times 20 - 20^2 = 396 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$I_x = \left[\frac{1}{12} \times 20 \times 600^3 + 2 \times \frac{1}{12} \times 200 \times 20^3 + 2 \times (200 \times 20) \times 310^2 \right] + \left[\frac{1}{12} \times 580 \times 20^3 + 2 \times \frac{1}{12} \times 20 \times 200^3 \right] = 115612 \times 10^4$$

$$I_p = I_x + I_y = 231224 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$r_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} = \sqrt{\frac{115612 \times 10^4}{396 \times 10^2}} = 170.9 \text{ mm}$$

$$C_w = \sum \frac{I_x h^2}{2} = 2 \times \left(\frac{1}{12} \times 20 \times 200^3 \right) \times \frac{620^2}{2} = 5,125,333 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

$$J = \sum \frac{1}{3} b t^3 = \frac{1}{3} (4 \times 200 \times 20^3 + 2 \times 600 \times 20^3) = 533.3 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

② کنترل لایرنی اجزاء

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{h}{t_w} &= \frac{290}{20} = 14.5 \leq 1.49 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 43.5 \quad \checkmark \\ k_c &= \frac{4}{\sqrt{h/t_w}} = \frac{4}{\sqrt{14.5}} = 1.05 > 0.76 \rightarrow k_c = 0.76 \\ \frac{b}{t_f} &= \frac{100}{20} = 5 \leq 0.64 \sqrt{\frac{k_c E}{F_y}} = 16.3 \quad \checkmark \end{aligned} \right.$$

③ کنترل ظرفیت براس کمانش خمشی

$$\frac{L_c}{r} = \frac{8000}{170.9} = 46.8 \rightarrow F_c = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_c}{r} \right)^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{46.8^2} = 900.8 \text{ MPa}$$

$$\frac{L_c}{r} = 46.8 \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 137.4 \xrightarrow{\text{inelastic buckling}} F_n = \left[0.658^{\frac{F_y}{F_c}} \right] F_y = \left[0.658^{\frac{235}{900.8}} \right] \times 235 = 210.7 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.9 F_n A_g = 0.9 \times 210.7 \times 396 \times 10^2 = 7509 \text{ kN}$$

$$P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2(1275) + 1.6(3825) = 7650 \text{ kN}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{7650}{7509} = 1.02 \approx 1.0 \quad \text{طراح، از لحاظ کمانشی خشی، مقطع مناسب طراحی کرده است.}$$

① کنترل ظرفیت براس کمانش بچینی

$$F_e = \left[\frac{\pi^2 E C_w}{L^2} + GJ \right] \frac{1}{I_p} = \left[\frac{\pi^2}{80900^2} \times 200 \times 10^3 \times 5.125, 333 \times 10^6 + 76.9 \times 10^3 \times 533.3 \times 10^4 \right] \frac{1}{231224 \times 10^4} = 245.7 \text{ MPa}$$

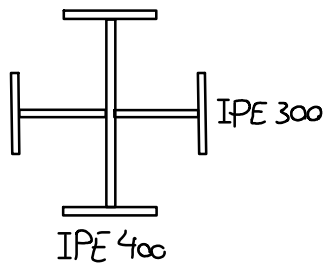
بنابراین، کمانش بچینی حاکم بر طراحی در نظر گرفته شد.

$$\frac{F_y}{F_e} = \frac{235}{245.7} = 0.96 \leq 2.25 \xrightarrow[\text{inelastic buckling}]{} F_n = \left[0.658^{F_y/F_e} \right] F_y = \left[0.658^{0.96} \right] \times 235 = 157.5 \text{ MPa}$$

$$\phi P_n = 0.9 F_n A_g = 0.9 \times 157.5 \times 390 \times 10^2 = 5613 \text{ kN}$$

$$\frac{P_u}{\phi P_n} = \frac{7650}{5613} = 1.36 \quad \text{ظرفیت مقطع براس کمانش بچینی خیلی کمتر از مقاومت مورد نیاز است.}$$

مثال: ستون دوسره متصل با ارتفاع 3m، از مقاطع نورده IPE 400 و IPE 300 با فولاد S 235 ساخته شده است. مقاومت طراحی چندراست؟



(کتاب دکتر ازهری - میرفادری)

① مشخصات هندسی مقطع

$$A_g = 53.8 \times 10^2 + 2 \times 49.5 \times 10^2 = 138.3 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$I_x = I_{x, \text{IPE 400}} + I_{x, \text{IPE 300}} = 23130 \times 10^4 + 604 \times 10^4 = 23734 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$I_y = I_{y, \text{IPE 300}} + I_{y, \text{IPE 400}} = 8360 \times 10^4 + 1320 \times 10^4 - 9680 \times 10^4$$

$$I_p = I_x + I_y = 33414 \times 10^4$$

$$r_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} = \sqrt{\frac{9680 \times 10^4}{138.3 \times 10^2}} = 83.7 \text{ mm}$$

$$\frac{I_y}{\frac{h}{2}} \approx I_y \frac{h}{4} \quad \frac{1}{2} \left(\frac{1}{12} \times 13.5 \times 180^3 \right) \times (400 - 13.5)^2 \approx \frac{1}{4} \times 1320 \times 10^4 \times (400 - 13.5)^2$$

$$490048 \approx 492961$$

$$C_w = 125900 \times 10^6 + 490000 \times 10^6 = 615900 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

$$J = 51.4 \times 10^4 + 2 \times 2.2 \times 10^4 = 71.6 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

C_w for IPE 400

$$I_y \frac{h}{2} \approx I_y \frac{h}{4}$$

② محاسبه F_n ، F_e و ϕP_n

$$F_t = \sqrt{\frac{C_w}{I_p} + 0.079} \frac{J}{r_y} = \sqrt{\frac{615900 \times 10^6}{33414 \times 10^4} + 0.079 \times \frac{71.6 \times 10^4 \times 3000^2}{33414 \times 10^4}} = 50.9 \leq F_y = 83.7$$

کمانش بچینی حاکم است.

$$\frac{L}{r_t} = \frac{3000}{50.9} = 58.9 \leq 4.71 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 137 \rightarrow F_e = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{58.9^2} = 568 \text{ MPa} \rightarrow F_n = \left[0.658^{\frac{235}{568}} \right] \times 235 = 197.6$$

$$\phi P_n = 0.9 F_n A_g = 0.9 \times 197.6 \times 138.3 \times 10^2 = 2460 \text{ kN}$$

$$\phi P_n = 2460 \text{ kN}$$