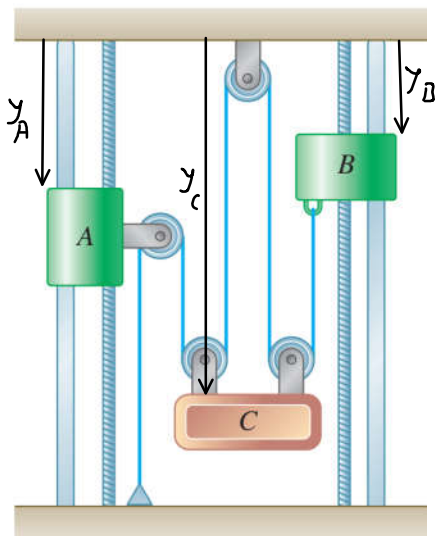


حرکت واپسته چند جسم روی خط مستقیم

مثال: طوقه A و B از سکون شروع به حرکت می کنند و طوقه A با شتاب $3t^2 \text{ mm/s}$ به سمت بالا حرکت می کند. می دانیم طوقه B با شتاب ثابت به سمت پایین حرکت می کند و سرعت آن پس از طی 700 mm به 150 mm/s می رسد. تعیین کنید:

(الف) شتاب قطعه C به صورت تابعی از زمان

(ب) مسافتی که قطعه C پس از 3 ثانیه طی می کند.



$$\text{Dof} = 3 - 1 = 2$$

$$v_A = 0, v_B = 0 \rightarrow v_C = 0$$

$$a_A = -3t^2, a_B = \text{constant} \downarrow$$

$$\Delta y_B = 700 \rightarrow v_B = 150 \rightarrow 150^2 - 0^2 = 2a_B \Delta y \rightarrow a_B = 16.07 \text{ m/s}^2 \downarrow$$

$$a_C = ?$$

$$t = 3 \text{ s} \rightarrow \Delta y_C = ?$$

$$(L - y_A) + (y_C - y_A) + 2y_C + (y_C - y_B) = \text{constant}$$

$$-2y_A - y_B + 4y_C = \text{constant}$$

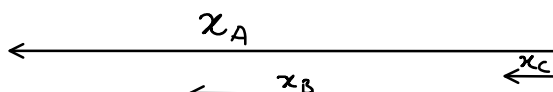
$$-2a_A - a_B + 4a_C = 0 \rightarrow -2(-3t^2) - 16.07 + 4a_C = 0 \rightarrow a_C = -1.5t^2 + 4.02$$

$$v_C = \int (-1.5t^2 + 4.02) dt + v_{C0} = -0.5t^3 + 4.02t$$

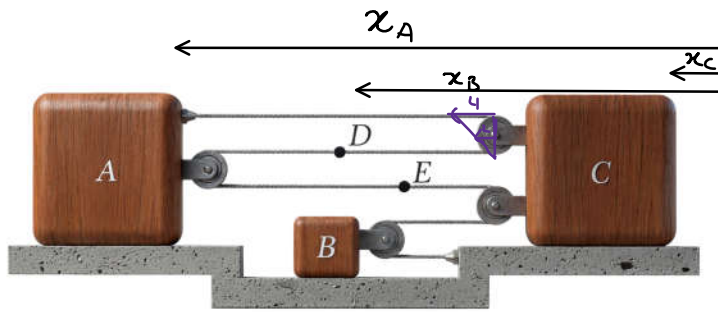
$$\Delta y_C = \int_0^t (-0.5t^3 + 4.02t) dt = \left. -\frac{1}{8}t^4 + 2.01t^2 \right|_0^3 = -\frac{1}{8} \times 3^4 + 2.01 \times 3^2 = 7.96 \text{ mm}$$

مثال: قطعه لغزنده B با سرعت ثابت 2 in/s به سمت چپ حرکت می کند. در $t=0$ ، قطعه لغزنده A با یک شتاب ثابت و سرعت 4 in/s به سمت راست حرکت می کند. اگر در $t=2 \text{ s}$ ، قطعه لغزنده C به اندازه 1.5 in به سمت راست حرکت کند؛ مطلوب است:

(الف) شتاب A و شتاب C، (ب) سرعت قسمت D از کابل در $t=0$



$$\text{Dof} = 3 - 1 = 2$$



$$\text{Dof} = 3 - 1 = 2$$

$$v_B = +2 \leftarrow \rightarrow a_B = 0$$

$$v_A = -4 \rightarrow , a_A = \text{Constant}$$

$$t = 2 \rightarrow \Delta x_C = -1.5 \rightarrow \Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_i t$$

$$a_A = ? \quad a_C = ? \quad v_{D} = ?$$

$$3(x_A - x_C) + (x_B - x_C) + (x_B - L) = \text{Constant}$$

$$3x_A + 2x_B - 4x_C = \text{Constant}$$

$$3v_A + 2v_B - 4v_C = 0 \rightarrow 3(-4) + 2(2) - 4v_C = 0 \rightarrow v_C = -2 \text{ in/s} \rightarrow$$

$$\Delta x_C = \frac{1}{2}a_C t^2 + v_C t \rightarrow -1.5 = \frac{1}{2}a_C \times 2^2 + (-2) \times 2 \rightarrow a_C = 1.25 \text{ in/s}^2 \leftarrow$$

$$3a_A + 2a_B - 4a_C = 0 \rightarrow 3a_A + 0 - 4(1.25) = 0 \rightarrow a_A = 1.67 \text{ in/s}^2 \leftarrow$$

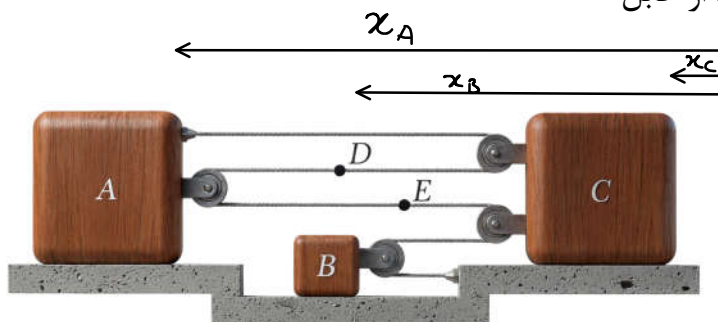
$$(x_A - x_C) + (x_D - x_C) = \text{Constant}$$

$$x_A - 2x_C + x_D = \text{Constant}$$

$$v_A - 2v_C + v_D = 0 \rightarrow -4 - 2(-2) + v_D = 0 \rightarrow v_D = 0$$

مثال: قطعه لغزنده A دارای شتاب ثابت 9 in/s^2 به سمت راست و قطعه لغزنده C دارای یک شتاب ثابت به سمت راست است. اگر در $t=0$ قطعه A دارای سرعت اولیه و قطعه C ساکن باشد و در $t=2 \text{ s}$ سرعت‌های A و B به ترتیب 14 in/s به سمت راست و 1 in/s به سمت چپ باشد؛ مطلوب است:

(الف) شتاب B و شتاب C، (ب) سرعت اولیه قسمت E از کابل



$$\text{Dof} = 3 - 1 = 2$$

$$a_A = -9 \rightarrow a_C = \text{Constant} \rightarrow$$

$$v_A , v_C = 0$$

$$t = 2 \text{ s} \rightarrow v_A = -14 \rightarrow , v_B = 1 \leftarrow$$

روشی اول:

$$3x_A + 2x_B - 4x_C = \text{Constant}$$

$$3v_A + 2v_B - 4v_C = 0 \rightarrow 3(-14) + 2(1) - 4v_C = 0 \rightarrow v_C = -10 \text{ in/s}$$

$$\Delta v_c = a_c t \rightarrow -10 - 0 = a_c \times 2 \rightarrow a_c = -5 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$3a_A + 2a_B - 4a_c = 0 \rightarrow 3(-9) + 2a_B - 4(-5) = 0 \rightarrow a_B = 3.5 \text{ m/s}^2 \leftarrow$$

$$2(x_A - x_c) + (x_A - x_E) = \text{Constant}$$

$$\Delta v_A = a_A t \rightarrow -14 - v_{cA} = -9 \times 2$$

$$v_{cA} = 4 \text{ m/s} \leftarrow$$

$$3x_A - x_c - x_E = \text{Constant}$$

$$3v_A - v_c - v_E = 0$$

$$3(4) - 0 - v_E = 0 \rightarrow v_E = 12 \text{ m/s} \leftarrow$$

روشی دوم:

$$\Delta v_A = a_A t \rightarrow -14 - v_{cA} = -9 \times 2 \rightarrow v_{cA} = 4 \text{ m/s} \leftarrow$$

$$3x_A + 2x_B - 4x_c = \text{Constant}$$

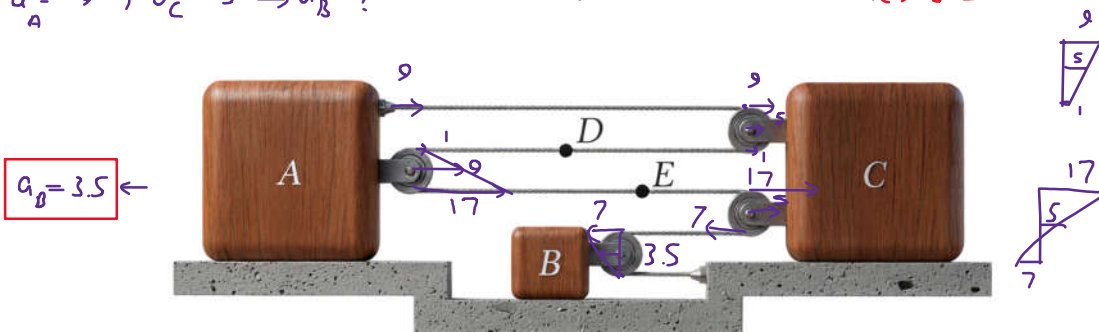
$$3v_A + 2v_B - 4v_c = 0 \rightarrow 3(4) + 2v_B - 0 = 0 \rightarrow v_B = -6 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$\Delta v_B = a_B t \rightarrow 1 - (-6) = a_B \times 2 \rightarrow a_B = 3.5 \text{ m/s}^2 \leftarrow$$

$$3a_A + 2a_B - 4a_c = 0 \rightarrow 3(-9) + 2(3.5) - 4a_c = 0 \rightarrow a_c = -5 \text{ m/s}^2 \rightarrow$$

$$a_A = -9, a_c = -5 \rightarrow a_B = ?$$

به دست آوردن a_B در v_E بدون نوشتن معادله کابل



$$v_B = -6, v_c = 0 \rightarrow v_E = ?$$

