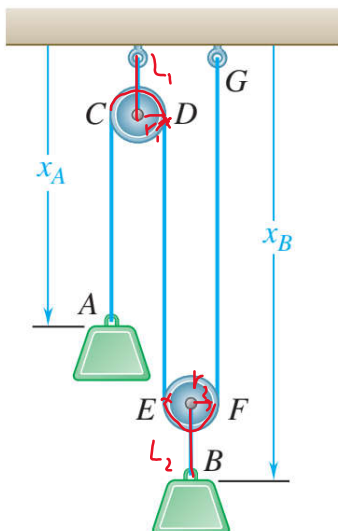


حرکت وابسته چند جسم روی خط مستقیم

اگر چند جسم (چند ذره) از نظر فیزیکی به یکدیگر مقید باشند و یا اینکه از نظر ریاضی تغییر مکان‌های آنها با معادلاتی به یکدیگر مربوط شود، حرکت وابسته چند جسم داریم.



$$(x_A - L_1) + \pi r_1 + (x_B - L_1 - L_2) + \pi r_2 + (x_B - L_2) = \text{طول کابل}$$

$$x_A + 2x_B = \text{Constant}$$

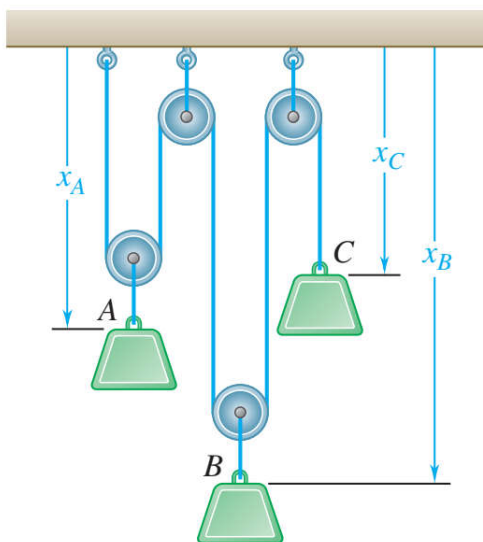
$$\begin{cases} \Delta x_A + 2\Delta x_B = 0 \\ v_A + 2v_B = 0 \\ a_A + 2a_B = 0 \end{cases}$$

$$\dot{x}_A + 2\dot{x}_B = 0$$

$$\ddot{x}_A + 2\ddot{x}_B = 0$$

Degree of Freedom

$$\text{DoF} = 1$$



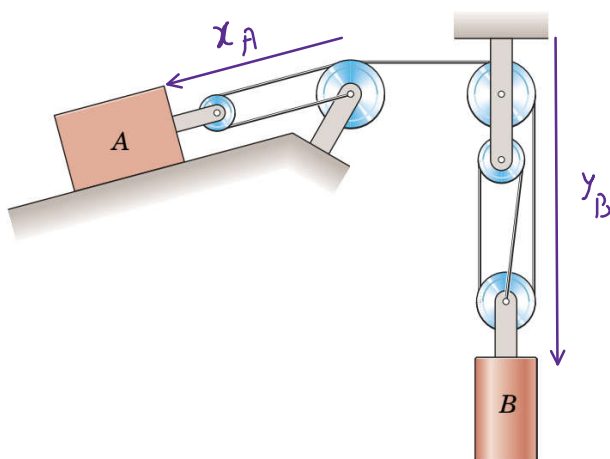
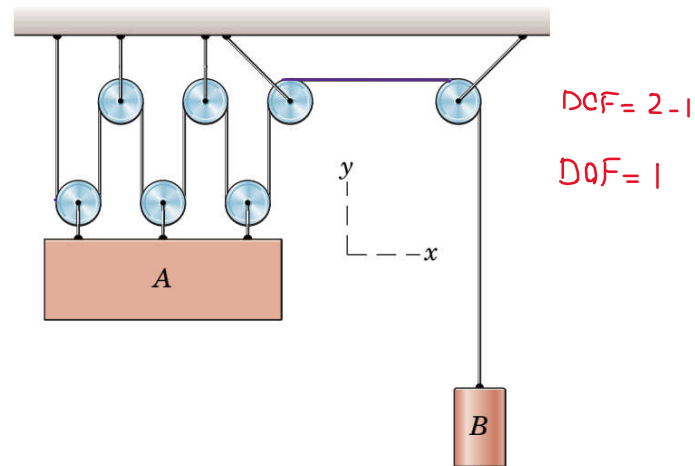
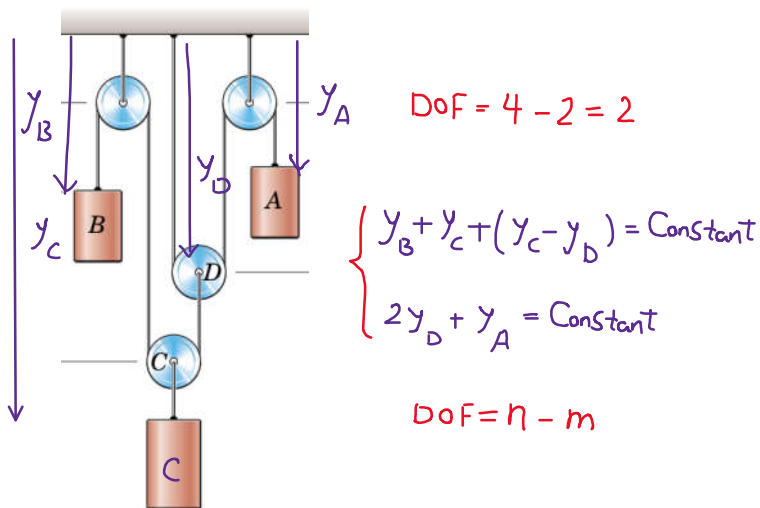
$$2x_A + 2x_B + x_C = \text{Constant}$$

$$\text{DoF} = 2$$

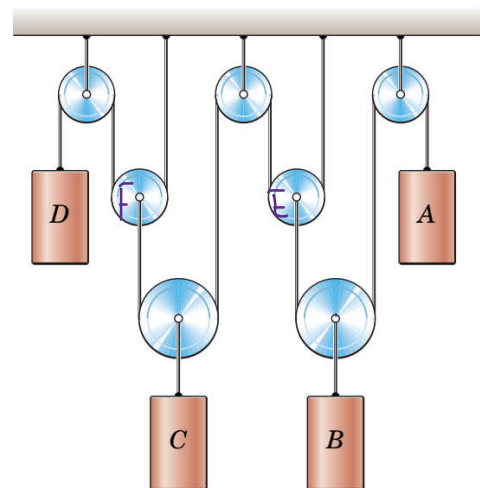
$$\begin{cases} 2v_A + 2v_B + v_C = 0 \\ 2a_A + 2a_B + a_C = 0 \\ 2\Delta x_A + 2\Delta x_B + \Delta x_C = 0 \end{cases}$$

تعداد درجات آزادی

منظور تعداد مجهولات مستقل تغییر مکانی است. یعنی اگر n مجهول تغییر مکانی داشته باشیم که با m معادله مستقل به هم وصل می‌شوند، تعداد درجات آزادی مساله $n-m$ است.

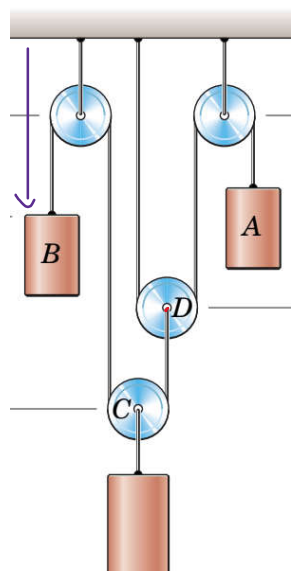


$\text{DoF} = 2 - 1 = 1$
 $2x_A + 3y_B = \text{Constant}$



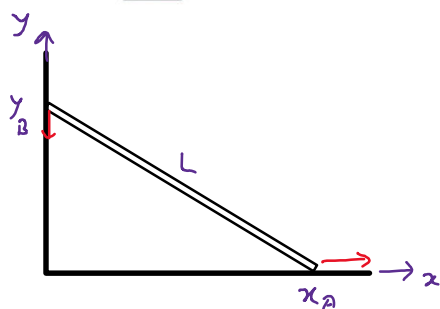
$\text{DoF} = 6 - 3 = 3$

- اگر سیستم دارای یک درجه آزادی باشد، با نگه داشتن یکی از اجسام، کل سیستم متوقف می‌شود. اما اگر سیستم دارای دو درجه آزادی باشد، باید حداقل دو جسم را نگه داشت تا کل سیستم متوقف شود.
- البته در یک سیستم با دو درجه آزادی، با نگه داشتن هر دو جسم دلخواه ممکن است سیستم متوقف نشود و باید دو جسم مورد نظر را جستجو کرد. مثلاً در شکل زیر، با نگه داشتن A و D سیستم متوقف نمی‌شود ولی با نگه داشتن A و B سیستم متوقف می‌شود. چرا؟



$$DOF = 4 - 2 = 2$$

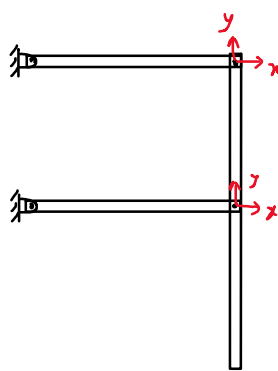
$$\begin{cases} y_B + y_C + (y_C - y_D) = \text{Constant} \\ 2y_D + y_A = \text{Constant} \end{cases}$$



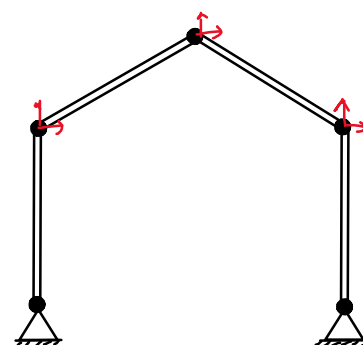
$$x_A^2 + y_B^2 = L^2$$

$$2x_A \dot{x}_A + 2y_B \dot{y}_B = 0$$

$$2\dot{x}_A^2 + 2x_A \ddot{x}_A + 2\dot{y}_B^2 + 2y_B \ddot{y}_B = 0$$

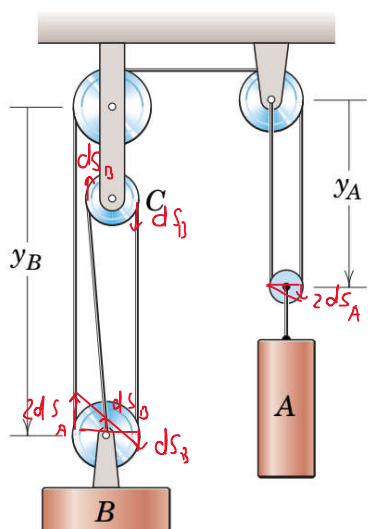


$$DOF = 4 - 3 = 1$$



$$DOF = 6 - 4 = 2$$

مثال نوشتن معادلات وابسته حرکت



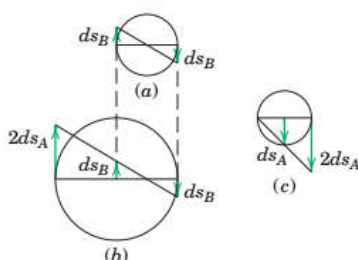
$$3y_B + 2y_A = \text{Constant}$$

$$3v_B + 2v_A = 0$$

$$3a_B + 2a_A = 0$$

$$DOF = 1$$

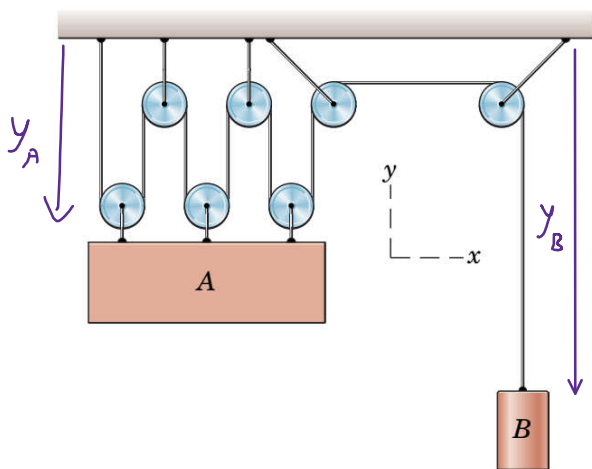
①



$$ds_B = \frac{2ds_A - ds_B}{2}$$

$$2ds_B + ds_B - 2ds_A = 0$$

$$3v_B - 2v_A = 0$$



$$DOF = 1$$

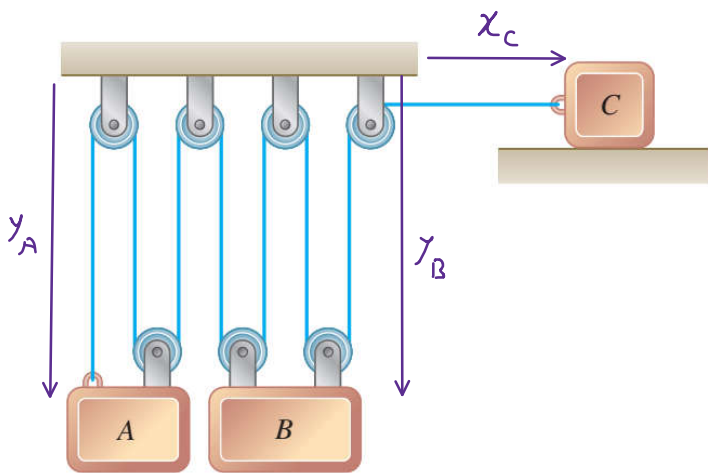
$$\delta y_A + y_B = \text{Constant}$$

$$\delta \Delta y_A + \Delta y_B = 0$$

$$\delta v_A + v_B = 0$$

$$\delta a_A + a_B = 0$$

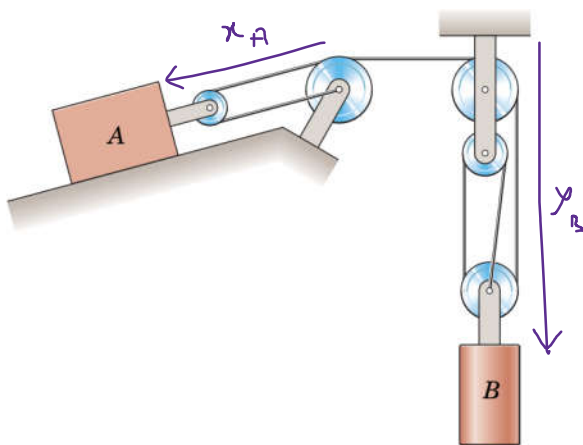
2



$$DOF = 1$$

$$3y_A + 4y_B + x_C = \text{Constant}$$

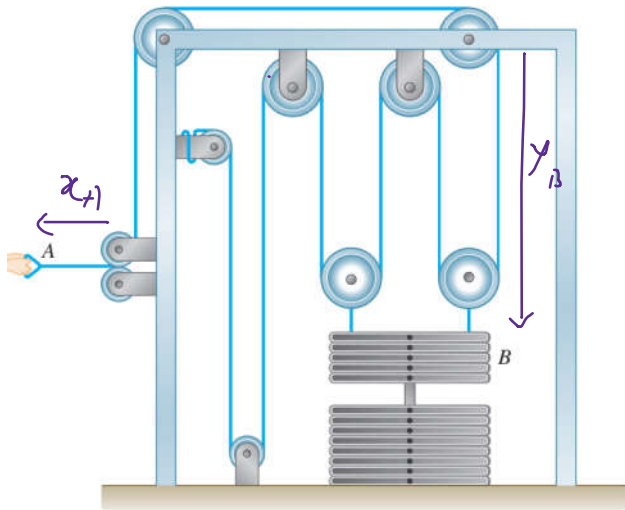
3



$$DOF = 1$$

$$2x_A + 3y_B = \text{Constant}$$

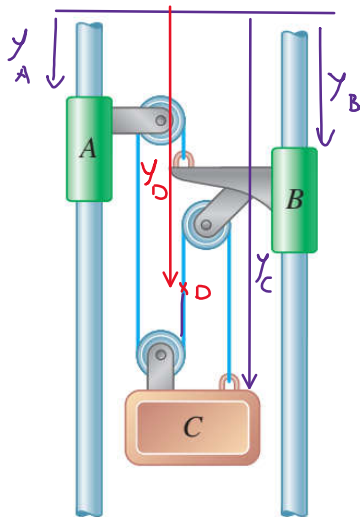
4



$$\text{DoF} = 1$$

$$x_A + 4y_B = \text{Constant}$$

5



$$\text{DoF} = 3 - 1 = 2$$

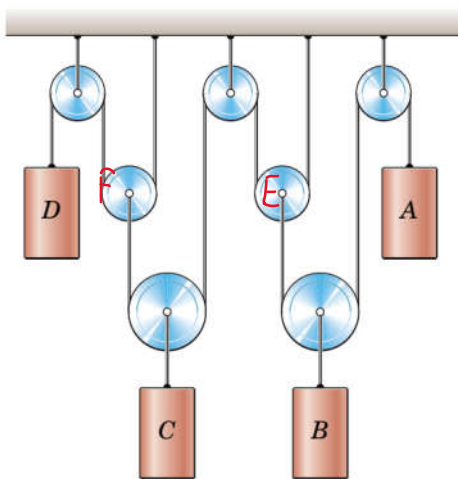
$$(y_B - y_A) + (y_C - y_A) + 2(y_C - y_B) = \text{Constant}$$

$$-2y_A - y_B + 3y_C = \text{Constant}$$

$$(y_B - y_A) + (y_C - y_A) + (y_C - y_D) = \text{Constant}$$

$$y_B - 2y_A + 2y_C - y_D = \text{Constant}$$

6



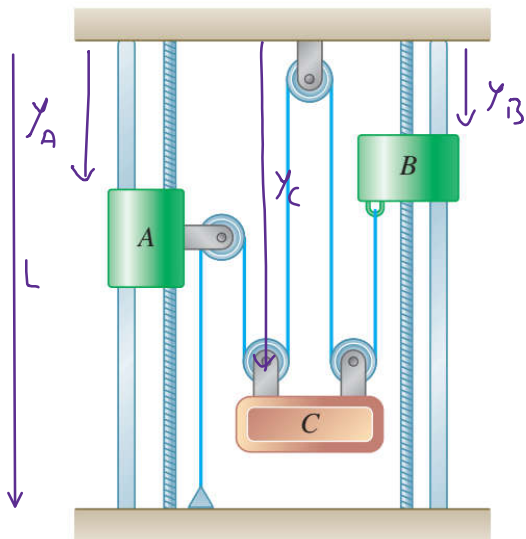
$$\text{DoF} = 6 - 3 = 3$$

$$\begin{cases} y_D + 2y_F = \text{Constant}^{C_1} \rightarrow y_F = -\frac{1}{2}y_D + C_1 \\ (y_C - y_F) + y_C + 2y_E = \text{Constant}^{C_2} \\ (y_D - y_E) + y_B + y_A = \text{Constant}^{C_3} \rightarrow y_E = 2y_B + y_A + C_2 \end{cases}$$

$$2y_C - (-\frac{1}{2}y_D + C_1) + 2(2y_B + y_A + C_2) = C_3$$

$$2y_A + 4y_B + 2y_C + \frac{1}{2}y_D = \text{Constant}$$

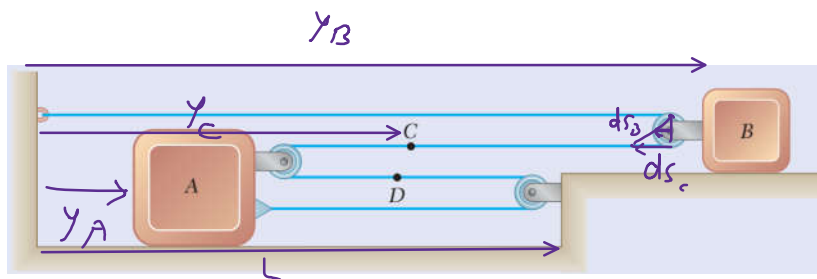
7



$$(L - y_A) + (y_C - y_A) + 2y_C + (y_C - y_B) = \text{Constant}$$

$$-2y_A - y_B + 4y_C = \text{Constant}$$

$$-2a_A - a_B + 4a_C = 0$$



$$y_B + (y_B - y_A) + 2(L - y_A) = \text{Constant}$$

$$-3y_A + 2y_B = \text{Constant}$$

$$y_B + (y_B - y_C) = \text{Constant}$$

$$2y_B - y_C = \text{Constant}$$