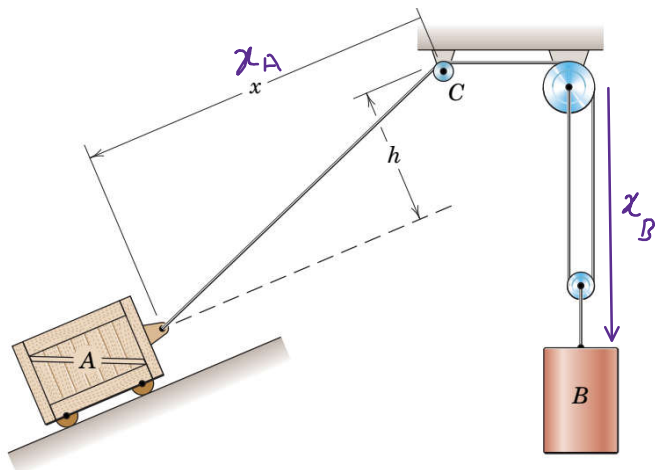


حرکت واپسته چند جسم روی خط مستقیم

مثال: سرعت ارايه A را بر حسب سرعت بلوك B بنويسيد.

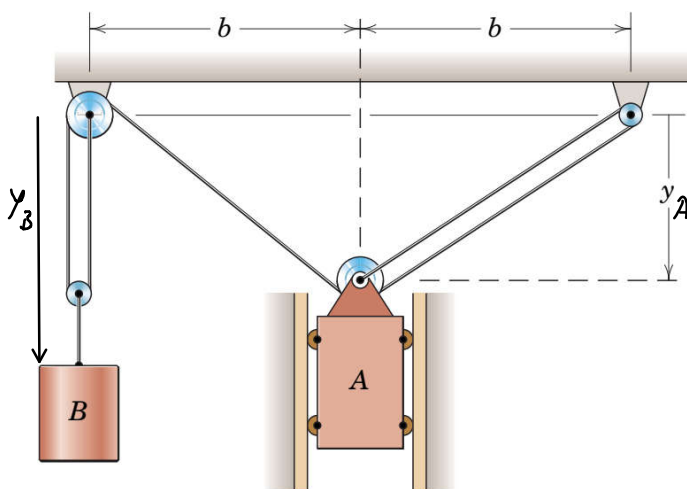


$$2x_B + \sqrt{h^2 + x_A^2} = \text{Constant}$$

$$2\dot{x}_B + \frac{2x_A \dot{x}_A}{2\sqrt{h^2 + x_A^2}} = 0$$

$$V_A = -2 \frac{\sqrt{h^2 + x_A^2}}{x_A} V_B$$

مثال: سرعت قطعه B را بر حسب سرعت قطعه A به دست آوريد.

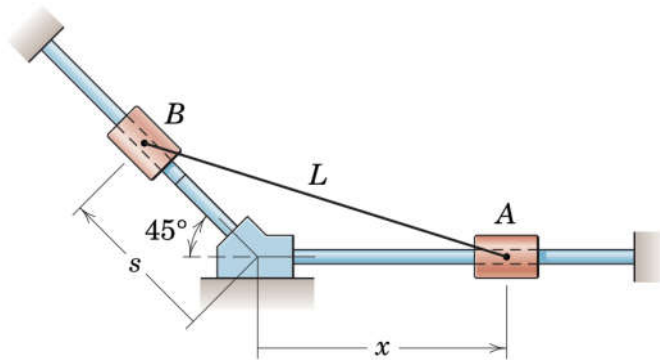


$$2y_B + 3\sqrt{b^2 + y_A^2} = \text{Constant}$$

$$2\dot{y}_B + \frac{3}{2} \frac{2y_A \dot{y}_A}{\sqrt{b^2 + y_A^2}} = 0$$

$$V_B = -\frac{3}{2} \frac{y_A}{\sqrt{b^2 + y_A^2}} V_A$$

مثال: طوقه‌های A و B در امتداد میله‌های ثابت می‌لغزند و توسط میله‌ای به طول L به هم متصل شده‌اند. سرعت طوقه B را بر حسب سرعت طوقه A به دست آورید.



$$s^2 + x^2 - 2sx \cos 135^\circ = L^2$$

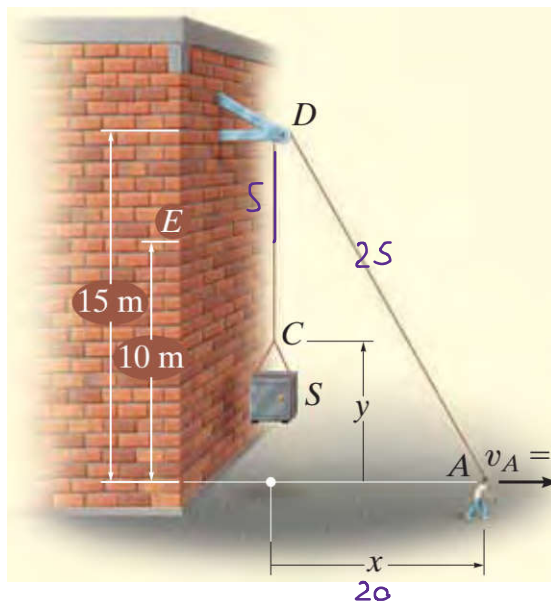
$$s^2 + x^2 + \sqrt{2} sx = L^2$$

$$2s\dot{s} + 2x\dot{x} + \sqrt{2}(\dot{s}x + s\dot{x}) = 0$$

$$\dot{s}(2s + \sqrt{2}x) + \dot{x}(2x + \sqrt{2}s) = 0 \quad \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\dot{s} = -\frac{s + \sqrt{2}x}{x + \sqrt{2}s} \dot{x}$$

مثال: مردی در نقطه A، صندوق S را با حرکت به سمت راست با سرعت ثابت $v_A = 0.5 \text{ m/s}$ بالا می‌برد. سرعت و شتاب صندوق را هنگام رسیدن به ارتفاع ۱۰ متر تعیین کنید. طناب ۳۰ متر طول دارد و از روی یک قرقره کوچک در نقطه D عبور می‌کند.



$$\sqrt{x^2 + 225} + (15 - y) = 30$$

$$\frac{x\dot{x}}{\sqrt{x^2 + 225}} - \dot{y} = 0 \rightarrow \dot{y} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 225}} \dot{x}$$

$$\dot{y} = \frac{20}{25} \times 0.5 = 0.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{x\dot{x}}{\sqrt{x^2 + 225}} - \dot{y} = 0$$

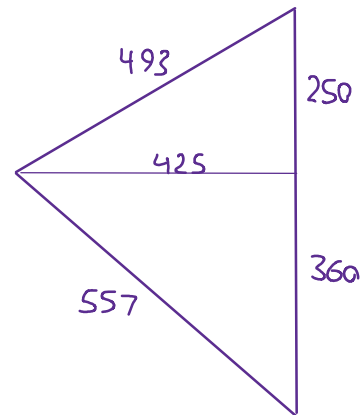
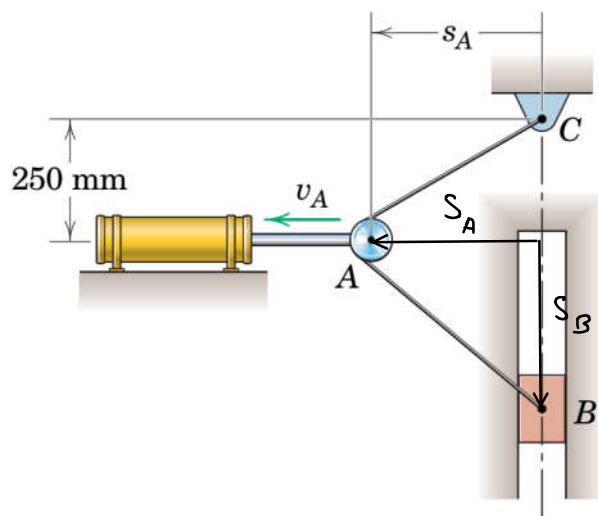
$$\frac{(\dot{x}^2 + x\ddot{x})}{\sqrt{x^2 + 225}} + \frac{x\dot{x}(-\frac{1}{2})}{(x^2 + 225)^{3/2}}(2x\dot{x}) - \ddot{y} = 0$$

$$\ddot{y} = \frac{\dot{x}^2(x^2 + 225) - x^2\dot{x}^2}{(x^2 + 225)^{3/2}} = \frac{225\dot{x}^2}{(x^2 + 225)^{3/2}}$$

$$\ddot{y} = \frac{225\dot{x}^2}{(x^2 + 225)^{3/2}}$$

$$\ddot{y} = \frac{225 \times 0.5^2}{25^3} = 0.0036 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3.6 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

مثال: میله یک سیلندر هیدرولیک با سرعت ثابت 25 mm/s به سمت چپ حرکت می‌کند. سرعت و شتاب لغزنده B را تعیین کنید، هنگامی که $s_A = 425$ mm است. طول طناب 1050 mm است و اثرات شعاع قرقره کوچک A را می‌توان نادیده گرفت.



$$\sqrt{s_A^2 + s_B^2} + \sqrt{s_A^2 + 250^2} = 1050$$

$$\frac{2s_A \dot{s}_A + 2s_B \dot{s}_B}{\sqrt{s_A^2 + s_B^2}} + \frac{2s_A \dot{s}_A}{\sqrt{s_A^2 + 250^2}} = 0$$

$$\rightarrow \frac{425 \times 25 + 360 \dot{s}_B}{557} + \frac{425 \times 25}{493} = 0$$

$$425 \times 25 + 360 \dot{s}_B = -12004 \rightarrow \dot{s}_B = -62.9 \frac{\text{mm}}{\text{s}}$$

$$(s_A \dot{s}_A + s_B \dot{s}_B) \left(\frac{1}{\sqrt{s_A^2 + s_B^2}} \right) + (s_A \dot{s}_A) \left(\frac{1}{\sqrt{s_A^2 + 250^2}} \right) = 0$$

$$f = u^{-1/2} \rightarrow f' = -\frac{1}{2} u^{-3/2} u' = -\frac{1}{2} \frac{u'}{u^{3/2}}$$

$$\frac{\dot{s}_A^2 + s_A \ddot{s}_A + \dot{s}_B^2 + s_B \ddot{s}_B}{\sqrt{s_A^2 + s_B^2}} + \frac{(s_A \dot{s}_A + s_B \dot{s}_B) \left(-\frac{1}{2} \right) (2s_A \dot{s}_A + 2s_B \dot{s}_B)}{(s_A^2 + s_B^2)^{3/2}} + \frac{\dot{s}_A^2 + s_A \ddot{s}_A}{\sqrt{s_A^2 + 250^2}} + \frac{s_A \dot{s}_A \left(-\frac{1}{2} \right) (2s_A \dot{s}_A)}{(s_A^2 + 250^2)^{3/2}} = 0$$

$$\frac{\dot{s}_A^2 + \dot{s}_B^2 + s_B \ddot{s}_B}{\sqrt{s_A^2 + s_B^2}} - \frac{(s_A \dot{s}_A + s_B \dot{s}_B)^2}{(s_A^2 + s_B^2)^{3/2}} + \frac{\dot{s}_A^2}{\sqrt{s_A^2 + 250^2}} - \frac{(s_A \dot{s}_A)^2}{(s_A^2 + 250^2)^{3/2}} = 0$$

$$\frac{25^2 + (-62.9)^2 + 360 \ddot{s}_B}{557} - \frac{(425 \times 25 + 360 \times (-62.9))^2}{557^3} + \frac{25^2}{493} - \frac{425^2 \times 25^2}{493^3} = 0$$

$$8.225 + 0.646 \ddot{s}_B - 0.836 + 1.268 - 0.942 = 0 \rightarrow \ddot{s}_B = -11.9 \frac{\text{mm}}{\text{s}^2}$$