

کمانش خمشی-پیچشی ستون‌ها

مروری بر روابط آیین نامه FTB

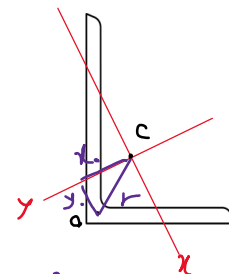
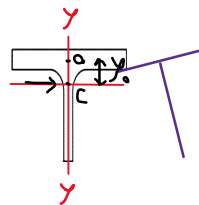
(b) For singly symmetric members twisting about the shear center where y is the axis of symmetry AISC 360-22 P42

$$F_e = \left(\frac{F_{ey} + F_{ez}}{2H} \right) \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{ez}H}{(F_{ey} + F_{ez})^2}} \right] \quad (E4-3) \quad \text{مبحث دوم ۱۴.۱ ص ۷}$$

برای مقاطع پهنی: $\chi_c = 0$, $c_w \approx 0$

$$\begin{cases} F_{ey} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_y}{r_y}\right)^2} \\ F_{ez} = \left[\frac{\pi^2 E}{L^2} (C_w + GJ) \right] \frac{1}{A_g \bar{r}^2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{r}^2 = r_o^2 + y_o^2 + \frac{I_x + I_y}{A_g} \\ H = 1 - \frac{r_o^2 + y_o^2}{\bar{r}^2} \end{cases}$$

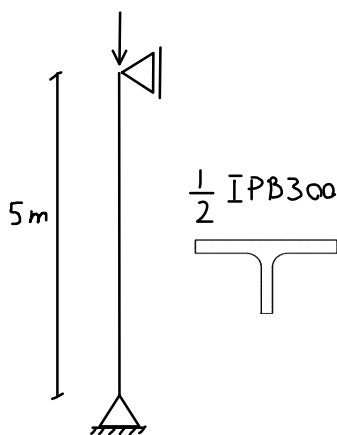


$$I_{p,o} = I_p + A r^2 = I_x + I_y + A (x_o^2 + y_o^2)$$

$$\bar{r}^2 = r_o^2 + r^2 = (r_x^2 + r_y^2) + (x_o^2 + y_o^2)$$

$$H = \frac{r_o^2}{\bar{r}^2} = \frac{r_o^2 - r^2}{\bar{r}^2} = 1 - \frac{r^2}{\bar{r}^2}$$

مثال: مقطع ستون شکل زیر IPB300 از فولاد S355 است. مقاومت طراحی ستون چقدر است؟



① مشخصات هندسی مقطع

$$b_f = 300, d = 150, t_w = 11, t_f = 19, e_x = 24.7, c_w = 1389 \times 10^6$$

$$A = 74.5 \times 10^1, I_x = 871 \times 10^4, I_y = 4280 \times 10^4, r_x = 34.2, r_y = 75.8, J = 74.4 \times 10^4$$

$$J = \sum \frac{1}{3} b t^3 = \frac{1}{3} (300 \times 19^3 + 131 \times 11^3) = 74.4 \times 10^4 \text{ mm}^4$$

$$c_w = \sum \frac{b^3 t}{36} = \frac{1}{36} (2 \times 150^3 \times 19^3 + 140.5^3 \times 11^3) = 1389 \times 10^6 \text{ mm}^6$$

$$\begin{cases} \frac{b}{t} = \frac{150}{19} = 7.9 \leq 0.56 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 13.3 \quad \checkmark \\ \frac{d}{t} = \frac{150}{11} = 13.6 \leq 0.75 \sqrt{\frac{E}{F_y}} = 17.8 \quad \checkmark \end{cases}$$

⑤ کنترل لایزله جزا

③ محاسبه کمانش خمشی F_{ex}

$$\left(\frac{L_c}{r}\right)_x = \frac{5000}{34.2} = 146 \rightarrow F_{ex} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{L_c}{r}\right)_x^2} = \frac{\pi^2 \times 200 \times 10^3}{146^2} = \boxed{92.6 \text{ MPa}} \rightarrow \text{حاکم است}$$

④ محاسبه کمانش خمشی - بیجین F_e

۱-۴ محاسبه F_{ey}

$$\left(\frac{L_c}{r}\right)_y = \frac{5000}{75.8} = 66 \rightarrow F_{ey} = \underline{454 \text{ MPa}}$$

۲-۴ محاسبه F_{e2}

$$y_c = e_x - \frac{t_f}{2} = 24.7 - \frac{19}{2} = 15.2$$

$$\bar{r}_e^2 = (r_x^2 + r_y^2) + y_c^2 = (34.2^2 + 75.8^2) + 15.2^2 = 71.46 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$F_{e2} = \frac{GJ}{A_g \bar{r}_e^2} = \frac{76.9 \times 10^3 \times 74.4 \times 10^4}{74.5 \times 10^2 \times 71.46 \times 10^2} = \underline{1075 \text{ MPa}}$$

۳-۴ محاسبه F_e

$$H = \frac{F_c^2}{\bar{r}_e^2} = 1 - \frac{y_c^2}{\bar{r}_e^2} = 1 - \frac{15.2^2}{71.46 \times 10^2} = 0.968$$

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{e2}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{e2}H}{(F_{ey} + F_{e2})^2}} \right] = \frac{454 + 1075}{2 \times 0.968} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 454 \times 1075 \times 0.968}{(454 + 1075)^2}} \right] = \boxed{444 \text{ MPa}}$$

کمانش خمشی حول محور x حاکم است و کمانشی خمشی - بیجین حاکم نشد.

⑤ محاسبه تنشی اسی F_n

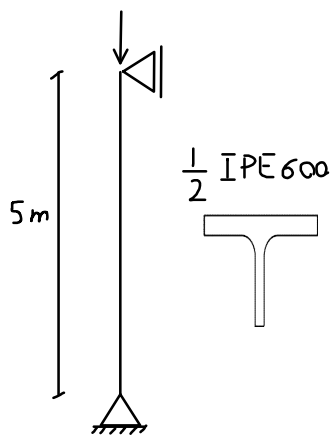
$$F_c = 92.6 \rightarrow \frac{F_y}{F_c} = \frac{355}{92.6} = 3.83 > 2.25 \rightarrow F_n = 0.877 F_e = \boxed{81.2 \text{ MPa}}$$

⑥ محاسبه ϕP_n

$$\phi P_n = 0.9 F_n A_g = 0.9 \times 81.2 \times 74.5 \times 10^2 = 544 \text{ kN}$$

$$\boxed{\phi P_n = 544 \text{ kN}}$$

مثال: مقطع ستون شکل زیر IPE 600 $\frac{1}{2}$ از فولاد S355 است. مقاومت طراحی ستون چقدر است؟



① مشخصات هندسی مقطع

$$b_f = 220, d = 300, t_w = 12, t_f = 19, J = 66.5 \times 10^4$$

$$A = 78 \times 10^2, r_x = 91.3, r_y = 46.6, e = 74.8$$

② کنترل لایبراسیون

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{b_f}{t_f} = \frac{110}{19} = 5.8 \leq 13.3 \quad \checkmark \\ \frac{d}{t_w} = \frac{300}{12} = 25 > 17.8 \end{array} \right.$$

$$\rightarrow \text{جان لایبراست} \quad P_n = F_n A_e$$

③ کمانش خمشی F_{ex}

$$\left(\frac{L_c}{r}\right)_x = \frac{5000}{91.3} = 54.8 \rightarrow \boxed{F_{ex} = 658 \text{ MPa}}$$

④ کمانش خمشی - بیهش F_e

۱-۴ محاسبه F_{ey}

$$\left(\frac{L}{r}\right)_y = \frac{5000}{46.6} = 107.3 \rightarrow F_{ey} = \underline{171.4 \text{ MPa}}$$

۲-۴ محاسبه F_{e2}

$$y_c = 74.8 - \frac{19}{2} = 55.3$$

$$I_c = (91.3^2 + 46.6^2) + 55.3^2 = 147.7 \times 10^2 \text{ mm}^2$$

$$F_{e2} = \frac{GJ}{A I_c} = \frac{76.9 \times 10^3 \times 66.5 \times 10^4}{78 \times 10^2 \times 147.7 \times 10^2} = \underline{443.9 \text{ MPa}}$$

۳-۴ محاسبه F_e

$$H = 1 - \frac{y_c^2}{I_c} = 1 - \frac{55.3^2}{147.7 \times 10^2} = 0.711$$

$$F_e = \frac{F_{ey} + F_{e2}}{2H} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4F_{ey}F_{e2}H}{(F_{ey} + F_{e2})^2}} \right] = \frac{171.4 + 443.9}{2 \times 0.711} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{4 \times 171.4 \times 443.9 \times 0.711}{(171.4 + 443.9)^2}} \right] = \underline{149 \text{ MPa}}$$

کمانش خمشی - بیهش حاکم شد و کمانش خمشی حول محور x حاکم نمی شود.

⑤ محاسبه تنش ایسی F_u

$$F_e = 149 \rightarrow \frac{F_y}{F_e} = \frac{355}{149} = 2.38 > 2.25 \rightarrow F_u = 0.877 F_e = \underline{130.7 \text{ MPa}}$$

⑥ محاسبه A_e

$$\lambda = 25 < \lambda_r \sqrt{\frac{F_y}{F_u}} = 17.8 \times \sqrt{\frac{355}{130.7}} = 29.3 \rightarrow A_e = A_g$$

⑦ محاسبه مقاومت طراحی ϕP_n

$$\phi P_n = 0.9 F_u A_g = 0.9 \times 130.7 \times 78 \times 10^2 = 917.5$$

$$\boxed{\phi P_n = 917.5 \text{ kN}}$$

* در این مثال، ستون با منطع IPE ۱/۲ مقاومتی حدود ۶۵٪ بیشتر از ستون با منطع IPB ۱/۲ دارد.